

УДК 004.9

Покришень Дмитро Анатолійович, аспірант Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО ЗАСОБУ «GRAN1»

Анотація

Сучасна комп'ютерна техніка розвивається стрімкими темпами, плідно взаємодіючи з фізикою, математикою, біологією та іншими науками. Створюються нові інформаційні технології, програмні засоби, що дозволяють моделювати різні явища. Наведено приклади застосування програмного засобу Gran1, які можуть бути пристосовані до роботи інженерів та навчально-пізнавальної діяльності майбутніх інженерів.

Ключові слова: комп'ютерна техніка, програмні засоби, міжпредметні зв'язки, задачі з параметрами.

Вступ

Нині відбувається перехід інформаційних ресурсів на новий якісний рівень, що призводить до збільшення потоку повідомлень, у яких досить важко знайти та виокремити потрібну інформацію. Такий величезний потік здобув назву "інформаційної кризи", що, у свою чергу, є ознакою сучасної інформаційної та комунікаційної ситуації у світі [11]. Найбільш доцільним напрямом подолання цієї кризи є підвищення рівня інформаційної культури суспільства, введення нових технологій в освіту, котрі дозволять людині орієнтуватись в інформаційному просторі, та адаптуватись до його постійної зміни.

Сучасна комп'ютерна техніка розвивається стрімкими темпами, плідно взаємодіючи з фізикою, математикою, біологією та іншими науками. Створюються інформаційні технології (ІТ), програмні засоби (ПЗ), що дозволяють моделювати різні явища. ІТ дуже тісно пов'язані з виробництвом матеріальних цінностей, зокрема, з роботою інженерів та навчально-пізнавальною діяльністю майбутніх інженерів.

До таких ПЗ можна віднести Gran1, вивчення якого на заняттях з інформатики забезпечує посилення фундаментальної інформатичної підготовки студентів.

Аналіз досліджень і публікацій

Питанням щодо використання ПЗ, які базуються на одному програмному продукті або на комплексі різних програм, присвячені роботи О. В. Вітюка [1], Ю. В. Горошка [2], М. І. Жалдака [3], Ю. І. Машбиця [4], Н. В. Морзе [5], А. В. Пенькова [6], С. А. Ракова [7], Ю. С. Рамського [8], О. А. Смалько [9], Є. М. Смирнової [10] та ін.

Мета статті

Основною метою статті є демонстрація можливостей програмного засобу GRAN1 для проведення додаткових, проміжних розрахунків, у яких є змінні та параметр, як альтернативу класичним методам. Ці можливості будуть корисні у науково-дослідній діяльності інженерів та навчально-пізнавальній діяльності студентів.

Виклад основного матеріалу

Параметр і кількість розв'язків рівнянь, нерівностей та їхніх систем

Виділяють клас задач, у яких через параметр на змінну накладаються деякі штучні обмеження. Для таких задач характерним є таке формулювання: при якому значенні параметра рівняння (нерівності, системи) має один розв'язок, два, нескінченну кількість, жодного; розв'язком рівняння (нерівності, системи) є деяка підмножина дійсних чисел тощо.

Задача 1. Залежно від значень параметра a знайти число коренів рівняння

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = a$$

Розв'язання. Наявність складного радикала дозволяє виділити квадрат двочлена під „зовнішнім” коренем. Маємо

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{4}} = a; \quad x + \sqrt{\left(\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}\right)^2} = a;$$

$$x + \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = a; \quad \left(\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}\right)^2 = a$$

Якщо $a < 0$, то рівняння не має розв'язків. Якщо $a \geq 0$, то останнє рівняння

рівносильне такому: $\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} = \sqrt{a}$; $\sqrt{x + \frac{1}{4}} = \sqrt{a} - \frac{1}{2}$.

Це рівняння, а, отже, і вихідне, має розв'язки лише якщо $\sqrt{a} - \frac{1}{2} \geq 0$, тобто

$a \geq \frac{1}{4}$. При вказаних a отримуємо $x + \frac{1}{4} = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2$, і очевидно, це рівняння має тільки один корінь.

Відповідь. Якщо $a < \frac{1}{4}$, то розв'язків немає; якщо $a \geq \frac{1}{4}$, то вказане рівняння має єдиний розв'язок.

Розв'язання з використанням ІТН

Створюємо у ПЗ явно задану функцію. Значенню параметра буде відповідати значення по осі OY . Аналітичний вираз буде мати такий вигляд $y = x + \text{Sqrt}(x + 0.5 + \text{Sqrt}(x + 0.25))$. Побудований графік подано на рис. 1. Як видно з побудованого графіка, зображення з'являється зі значення по осі OY 0,25. При менших значеннях зображення відсутнє.

Відповідь. Якщо $a < \frac{1}{4}$, то розв'язків немає; якщо $a \geq \frac{1}{4}$, то вказане рівняння має єдиний розв'язок.

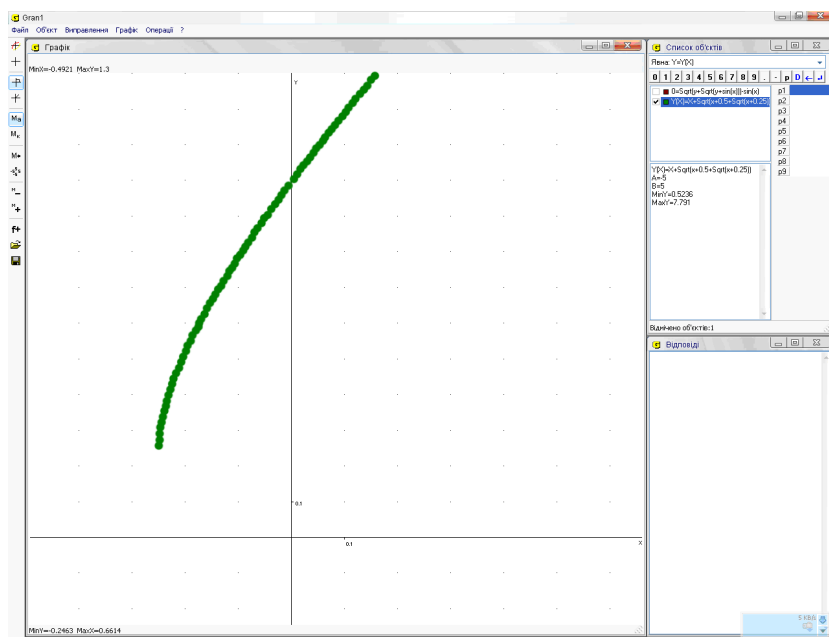


Рис. 1

Параметр як рівноправна змінна

У розглянутому вище прикладі параметр розглядався як фіксоване, але невідоме число. Тим часом із формальної точки зору параметр – це змінна, причому „рівноправна” з іншими, які є у задачі. Наприклад, при такому погляді на параметр форми $f(x;a)$ задають функції не з однією (як раніше), а із двома змінними. Така інтерпретація, природно, формує ще один тип (а точніше, метод розв’язання, який визначає цей тип) задач із параметрами.

Задача 2. Вказати всі значення a , для яких рівняння $\sqrt{a+\sqrt{a+\sin x}} = \sin x$ має розв’язки.

Розв’язання. Позначимо $\sin x = t$. Вихідне рівняння набуде вигляду $\sqrt{a+\sqrt{a+t}} = t$. Із врахуванням умови $|t| \leq 1$ це рівняння рівносильне системі

$$\begin{cases} a+t = (t^2 - a)^2 \\ 0 \leq t \leq 1 \\ t^2 \geq a \end{cases}$$

Рівняння системи зручно подати як квадратне відносно параметра a . Маємо $a^2 - a(2t^2 + 1) + t^4 - t = 0$. Звідси $a = t^2 + t + 1$ або $a = t^2 - t$. Оскільки $t^2 \geq a$ і $0 \leq t \leq 1$, то $t^2 - a + t + 1 > 0$, а отже $a \neq t^2 + t + 1$. Тому остання система рівнянь рівносильна такій:

$$\begin{cases} a = t^2 - t \\ 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

Зауважимо, що ця система враховує умову $t^2 \geq a$. Розглянемо функцію $a = t^2 - t$.

Очевидно, що на відрізку $[0;1]$ її область значень – проміжок $\left[-\frac{1}{4}; 0\right]$.

Відповідь. $-\frac{1}{4} \leq a \leq 0$.

Розв’язання з використанням ІТН

Так само, як і при класичному розв’язуванні позначимо $\sin x = t$. Врахуємо умову $|t| \leq 1$. Створюємо неявно задану функцію $0 = G(x,y)$, аналітичний вираз матиме вигляд $0 = \text{Sqrt}(y + \text{Sqrt}(y+x)) - x$.

Де $x = t$,

$y = a$.

Будуємо графік запропонованої залежності (рис. 2).

Враховуємо умову $|t| \leq 1$, тоді $-0,25 \leq y \leq 0$.

Відповідь. $-\frac{1}{4} \leq a \leq 0$.

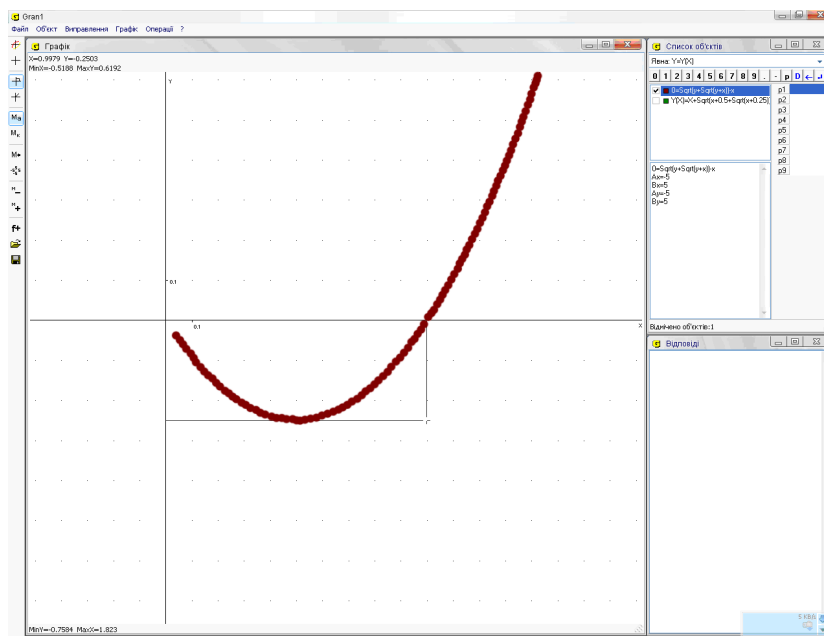


Рис. 2

Властивості функцій у задачах із параметрами

З кожним рівнянням (нерівністю, системою) пов'язані аналітичні вирази, які їх конструюють. Останні, у свою чергу, можуть задавати функції однієї або кількох змінних. З цієї точки зору, наприклад, рівняння $f(x) = g(x)$ ми можемо розглядати, як задачу про знаходження значень аргументу, при яких рівні значення функцій. Такі, здавалося б, тривіальні міркування часто дають можливість знайти результативний шлях розв'язування багатьох задач. Коротко основну ідею можна сформулювати так: ключ до розв'язання – властивість функції.

Область значень функцій

Умови задачі можуть не містити прямої підказки використовувати область значень функції. Така необхідність виникає у ході розв'язування.

Задача 3. При яких значеннях a знайдуться такі b , що числа $4+25^b$, a , 5^{-b} будуть послідовними членами геометричної прогресії.

Розв'язання. За властивостями членів геометричної прогресії $a^2 = \frac{5^{2b} + 4}{5^b}$.

Нехай $5^b = t$, де $t > 0$. Розглянемо функцію $f(t) = \frac{t^2 + 4}{t}$ з областю визначення $(0; \infty)$.

Маємо: $\frac{t^2 + 4}{t} = t + \frac{4}{t} \geq 4$, оскільки $t > 0$. Зауважимо, що $f(2) = 4$, і в силу неперервності і необмеженості зверху функції її значень у вказаній області визначення – це

проміжок $[4; \infty)$. Отже, знайдуться такі b , що для усіх $a^2 = \frac{5^{2b} + 4}{5^b} \geq 4$ числа з умови задаватимуть геометричну прогресію. Звідси $|a| \geq 2$.

Відповідь. $|a| \geq 2$.

Розв'язання з використанням ІТН

Створюємо явно задану функцію виду $Sqrt((5^{2*x}+4)/5^x)$.

Де $b - x$,

$a - y$.

Побудований графік подано на рис. 3. З графіка видно, що мінімальне значення $y=2$.

Відповідь. $|a| \geq 2$.

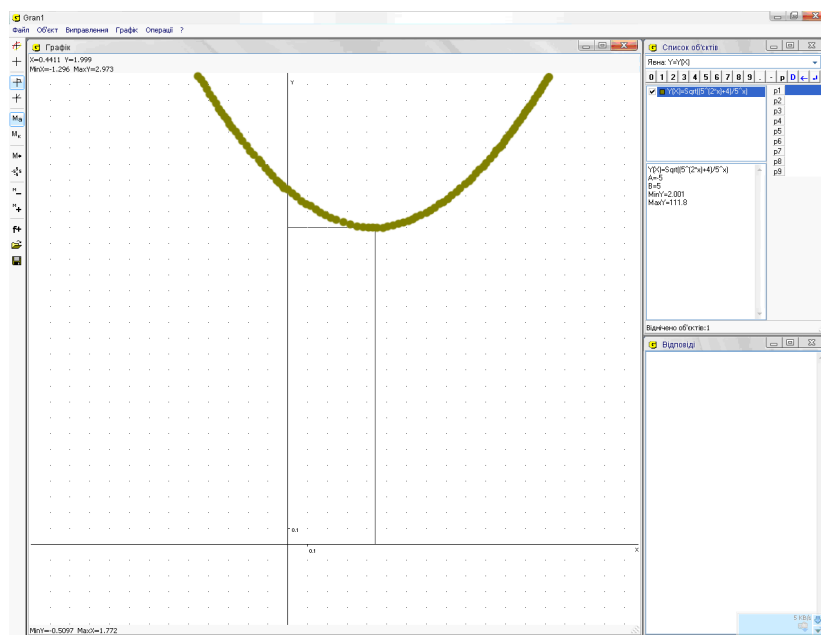


Рис. 3

Екстремальні властивості функцій

Зараз нас цікавитиме не вся множина значень, а лише деякі (характерні) її елементи. Як правило, ними будуть найбільші та найменші значення функції.

Задача 4. При яких $a > 0$ нерівність $\left| \left| \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} \right| \leq a$ виконується для всіх x , що задовольняють нерівність $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$?

Розв'язання. Якщо x пробігає всі значення із проміжку $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$, тоді маємо:
 $-\frac{\sqrt{3}}{3} < \operatorname{tg}x < \frac{\sqrt{3}}{3}$. Звідси $-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} < \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$. Тоді $\left| \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} \right| < \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2}$ і $-\frac{1}{2} \leq \left| \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{3}$. Остаточно отримуємо: $\left| \left| \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$. Отже, для $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ вихідна нерівність виконується для всіх вказаних значень x .

Відповідь. $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Розв'язання з використанням ІТН

Створюємо неявно задану функцію $0 = G(x, y)$, аналітичний вираз матиме вигляд $0 = \operatorname{Abs}(\operatorname{Abs}(\operatorname{Tg}(x) - 0.5) - 0.5) - y$.

Де $y = a$.

Будуємо графік запропонованої залежності на проміжку $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$.
Переходимо у меню **Операції** підменю **Нерівності - С-ма нерівностей** $G(x, y) > (<) 0$ команда **С-ма нерівностей** $G(x, y) < 0$. Результат подано на рис. 4.

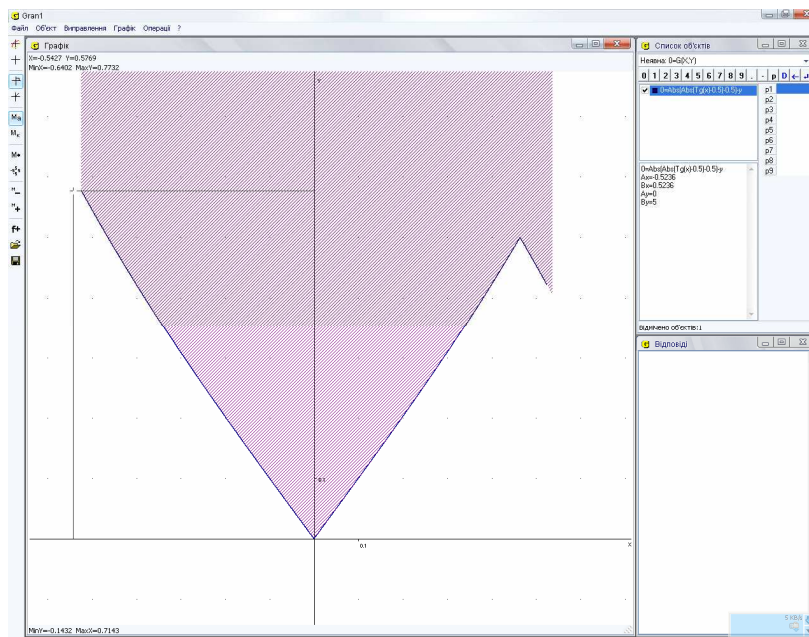


Рис. 4

Відповідь . Нерівність $\left| \left| \operatorname{tg}x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} \right| \leq a$ виконується для всіх x на проміжку $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ при $a \geq 0,577$.

Висновки

Наведені приклади показують, як можна використовувати програмний засіб GRAN1 у трудовій діяльності інженера, та наголошують на педагогічній доцільності вивчення різноманітного прикладного програмно-педагогічного забезпечення на заняттях з інформатики.

Список використаних джерел

1. Вітюк О. В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. В. Вітюк. – К., 2001. – 181 с.
2. Горошко Ю. В. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики / Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко //Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К.:НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. – №4(11). – С. 56-62
3. Жалдак М. І. Програма GRAN1 для вивчення математики в школі й ВУЗі. Методичні рекомендації/ М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко. – К.: КДПІ, 1992. – 48 с.

4. *Машбиц Е. И.* Основы компьютерной грамотности / Е. И. Машбиц, Л. П. Бабенко, Л. В. Верник: под ред. Стогния А. А. – К.: Вища школа, 1988. – 215 с.
5. *Морзе Н. В.* Основы інформаційно-комунікаційних технологій / Наталія Вікторівна Морзе. – К.: Видавнична група ВНУ, 2006. – 352 с.
6. *Пеньков А. В.* Использование новой информационной технологии при преподавании математики в старших классах средней школы. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А. В. Пеньков. – К.: КДПУ ім. М. П. Драгоманова, 1992. – 172 с.
7. *Раков С. А.* Програмно-методичний комплекс DG як крок від традиційної до інформаційної технології навчання геометрії/ С. А. Раков, В. П. Горох. // Комп'ютер у школі і сім'ї. – 2003. – № 1. – С. 20-23.
8. *Рамський Ю. С.* Формування інформаційної культури особи – пріоритетне завдання сучасної освітньої діяльності / Юрій Савіанович Рамський // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія №2. – Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. – № 1 (8). – С. 19-42.
9. *Смалько О. А.* Розвиток творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. А. Смалько. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова. – 2003. – 252 с.
10. *Смирнова Е. Н.* Развитие важнейших компонентов интеллекта на основе комплексного использования ИИТ при обучении математике в старшей школе: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Е. Н. Смирнова. – К.НПУ імені М. П. Драгоманова, 1996 – 400 с.
11. *Триус Ю. В.* Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін: [Монографія] / Ю. В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОМОЩИ ПРОГРАММНОГО СРЕДСТВА «GRAN1»

Покришень Д. А.

Аннотация

Современная компьютерная техника развивается очень быстро, тесно взаимодействуя с физикой, математикой, биологией и другими науками. Создаются новые информационные технологии, программные средства, которые позволяют

моделировать разные явления. Приведены примеры использования программного продукта Gran1, которые могут быть использованы в работе инженеров и учебно-познавательной деятельности будущих инженеров.

Ключевые слова: компьютерная техника, программные средства, межпредметные связи, задачи с параметрами.

SOLUTION OF THE TASKS WITH PARAMETERS BY THE PROGRAMMATIC MEAN OF GRAN1

Pokryshen D.A.

Resume

Modern computer technique develops swift rates, fruitfully co-operating with physics, mathematics, biology and other sciences. New information technologies, programmatic facilities, which allow to design the different phenomena, are created. The examples of application of programmatic mean of Gran1 which can be used in engineers' work and educational-cognitive activity of future engineers are offered.

Keywords: computer technique, programmatic facilities, intersubject, tasks with parameters.