

УДК 517.93:519.876.5

Гриб'юк Олена Олександрівна

кандидат педагогічних наук, провідний науковий співробітник

Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, м. Київ, Україна

ORCID ID 0000-0003-3402-0520

olenagrybyuk@gmail.com

РІВНЕВА МОДЕЛЬ ДОСЛІДНИЦЬКОГО НАВЧАННЯ УЧНІВ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНО ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ

Анотація. Здійснено огляд методологічних положень моделювання, що належать до теорії пізнання. Особлива увага приділяється поняттю аналогії, підкреслено важливість аналогії для моделювання, узагальнення і абстрагування, ізоморфізму і гомоморфізму. Розглядаються деякі особливості моделювання, підкреслюється універсальність моделювання як дослідницького методу. Розглядаються проблеми використання в математичній освіті експериментальних досліджень і дослідницький метод у навчанні математики учнів закладів загальної середньої освіти. Дослідницькі задачі розглядаються як різновид навчальних задач для вирішення проблемних ситуацій, для розв'язування яких необхідне експериментування з динамічними моделями математичних об'єктів. Аналізується використання спеціальних математичних пакетів і математичних методів у підтримці навчання математики та для експериментування в математичній галузі, зокрема з використанням комп'ютерного моделювання. Пропонується класифікація педагогічних програмних засобів для розвитку творчого потенціалу учнів. Розглядається методична система дослідницького навчання математики як комп'ютерно орієнтована система навчання. Акцентується увага на можливостях використання системних дослідницьких прийомів і методів навчання, варіативних дидактичних конструктів з метою навчання математики. Розглядається рівнева модель дослідницького навчання та класифікація дослідницьких задач. Пропонується можливість коригування користувачем комп'ютерно орієнтованої системи навчання та аналізуються взаємозв'язки моделі з матеріальним і нематеріальним видами прототипу. Розглядаються особливості використання нових інформаційно-комунікаційних технологій. Пропонується уточнення визначення поняття моделі, приділяється увага етапам побудови моделі, що сприяє розкриттю змісту алгоритму моделювання. Розглядаються можливості використання систем комп'ютерної математики в організації комп'ютерного дослідження під час навчання математики на уроках та в позаурочний час. У дослідженні формулюються завдання узагальнення властивостей, типів, задач і функцій моделі як універсального методу пізнання (параметричність, системність, інформаційність, образність, абстрактність, спрощеність), уточнюється визначення моделі і конкретизуються властивості моделі як гносеологічного інструменту.

Ключові слова: навчання математики; дослідницькі задачі; комп'ютерний експеримент; системи комп'ютерної математики; математичне моделювання; рівнева модель; комп'ютерно орієнтована методична система дослідницького навчання.

1. ВСТУП

Реформа школи поставила перед учителями завдання щодо практичної спрямованості навчання предметів природничо-математичного циклу. Для вирішення цієї проблеми необхідно: *забезпечити повноту, систематичність та усвідомленість основ наукових знань, їх міцність і дієвість; ознайомити учнів з основними методами пізнання природи – спостереженням і експериментом; навчати їх розпізнавати фізичні, хімічні, біологічні, екологічні та інші явища, закономірності в природі і техніці; навчити використовувати знання для пояснень явищ природи, принципів дії пристроїв, технічного обладнання та ін.*

Повсюдне впровадження інформаційно-комунікаційних технологій у структуру математичної освіти дає можливість включити в навчально-виховний процес використання експериментів. Можливість для проведення комп'ютерного дослідження і експерименту в процесі навчання математики представлено в предметах математичного циклу. Початкова фаза навчання повинна ґрунтуватися на чуттєвому пізнанні, відповідно, одним із найважливіших принципів дидактики вважається наочність. Зв'язок чуттєвого і раціонального в навчально-виховному процесі важливий і необхідний, оскільки часто принцип наочності формулюється як принцип єдності абстрактного і конкретного. Уміння вчителя враховувати психофізіологічний стан учнів та стадії їх психічного розвитку забезпечує гарантоване досягнення результатів навчання.

Постановка проблеми. На різних етапах розвитку комп'ютерно орієнтованих систем навчання учнів на перший план виступають різні психолого-педагогічні проблеми. Сьогодні значну увагу необхідно приділити проблемам створення сучасних ефективних систем навчання, у рамках яких дослідження традиційних психологічних проблем дозволяє уточнити ефективність певної системи навчання, зокрема особливості уваги і мислення учнів в умовах комп'ютеризованого навчання. Розробка і впровадження комп'ютерно орієнтованих систем навчання математики сприятиме підвищенню рівня математичних знань, розвитку свідомого, умотивованого ставлення учнів до навчання математики.

Виконання частини навчальних завдань з використанням сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, аналіз проблем навчання з урахуванням можливостей використання комп'ютерно орієнтованих методичних систем дослідницького навчання не тільки висувають нові психологічні проблеми, але й потребують критичного перегляду фундаментальних положень педагогічної і психологічної теорій навчання. Адже дані теорії є методологічним підґрунтям проектування методичних систем навчання і повинні стосуватись усіх аспектів взаємодії вчителя і учня. Велике значення в математичних дослідженнях мають комп'ютерні експерименти, що підтверджують або заперечують гіпотезу або наштовхують на нову ідею. Методи експериментальної математики суттєво змінюють характер математичного дослідження, отримання результатів і способи проведення доведень, знаходять відповідне застосування в навчанні математики.

Експериментальні методи використовувались ученими впродовж усієї історії розвитку математичної науки. Ідея дослідницького навчання математики у вітчизняній науці зародилася в середині XVIII століття як ідея наближення навчання математики та наукового дослідження математичної науки. Виникнення комп'ютерної техніки призвело до поширення в математиці експериментального підходу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Актуальність дослідження зумовлюється необхідністю модернізації системи освіти у зв'язку з процесами демократизації, гуманізації, гуманітаризації в сучасному суспільстві, розширенням сфер використання інформаційно-комунікаційних технологій і підвищенням їх якісних характеристик. До основних заходів, що спрямовані на забезпечення інформатизації освіти, задоволення освітніх інформаційних і комунікаційних потреб учасників навчально-виховного процесу, віднесено формування та впровадження інформаційного освітнього середовища в системі освіти, застосування в навчально-виховному процесі сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

Фундаментальні і прикладні дослідження щодо інформатизації навчального процесу, а саме: упровадження технологічного підходу до процесу навчання (В.П. Беспалько [1]), проектування та впровадження моделей організаційних систем відкритої освіти (В.Ю. Биков [2]), дослідження з автоматизації проектування

комп'ютеризованих обчислювальних машин, створення практичної методики проектування ЕОМ, упровадження концепцій, пов'язаних з проблемою інформатизації і комп'ютеризації (В.М. Глушков [3]), дослідження методологічних аспектів процесу інформатизації, теоретичного і системного програмування (А.П. Єршов [4]), проектування комп'ютерно орієнтованих методичних систем навчання та їх педагогічно виваженого та методично вмотивованого використання (М.І. Жалдак [5]), теоретичні і методичні аспекти навчання інформатики (М.П. Лапчик [6]), дидактичні аспекти використання комп'ютера в навчально-виховному процесі з урахуванням психофізіологічних особливостей (функціональної спеціалізації півкуль головного мозку) учнів (Ю.І. Машбиць [7]), дослідження та створення систем автоматизованого проектування, інтелектуальних САПР, світоглядної і методологічної основи пошуку оптимальних форм взаємовідносин біологічної і соціальної систем (М.М. Моїсєєв [8]), системні підходи щодо формування математичної культури учнів та вчителів з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (І.О. Новік [9]), дослідження з теорії штучного інтелекту, використання математичних підходів в контексті теорії пізнання (С. Пейперт (Seymour Papert) [10]), методологічні аспекти впровадження педагогічних та інформаційних технологій у системі освіти в контексті неперервності освіти (Є.С. Полат [11]), дидактичні засади проектування та використання апаратно-програмних і інформаційних комплексів навчального призначення та перспективи їх використання (І.В. Роберт [12]), теоретичні і практичні аспекти колективного дослідницького навчання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (Tim S. Roberts [13]) та ін. – підтверджують, що використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчальному процесі суттєво підвищує ефективність навчання на всіх його рівнях: інтенсифікація, індивідуалізація навчання, можливості щодо візуалізації та динамізації навчальних матеріалів.

Проблеми використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі, психолого-педагогічні аспекти використання комп'ютерів для підтримки навчально-пізнавальної діяльності учнів розглядались у роботах, в яких висвітлюються: використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання математичних дисциплін (В.П. Беспалька [14]), створення педагогічних програмних засобів для реалізації методик навчання математики в умовах широкого використання інформаційно-комунікаційних технологій (М.І. Жалдака [15]), дидактичні підходи щодо проектування змісту освіти в контексті врахування досвіду творчої діяльності (К.К. Коліна [16]), здійснення психолого-педагогічних досліджень щодо застосування інформаційно-комунікаційних технологій в освіті (Ю.І. Машбиця [17], зокрема з урахуванням особливостей розвитку інтелекту учнів (М.Л. Смульсон [14]), Н.Ф. Тализіної [21]), методологічні аспекти розвитку системи інформатизації освіти в умовах здоров'язбережувального освітнього середовища та усіяких негативних наслідків (І.В. Роберт [18]), антропологічні, аксіологічні основи педагогіки, конструювання і здійснення педагогічного процесу з використанням новітніх технологій (О. Сластьоніна [19]) та ін.

З'являються роботи щодо специфіки методології експериментального навчання (W. Blum [22]), теоретичних та методичних аспектів розвитку проєктно-дослідницької діяльності (M. Niss, P. L. Galbraith, H. W. Henn [23]), використання дослідницького методу в процесі навчання математики (G. Kaiser, R. Borromeo Ferri, G. Stillman [24]), зокрема із виокремленням рівнів дослідницького навчання (A. Bhattacharjee [25]), дидактичні аспекти проектування освітнього середовища та використання математичного моделювання в процесі навчання предметів природничо-математичного циклу (P. Frejd [26]). у яких на основі теоретичного узагальнення передового досвіду експериментального навчання математики та практичного використання автори

розкривають соціальні, психолого-педагогічні та дидактичні аспекти використання математичного та комп'ютерного моделювання в навчальній діяльності.

Водночас зазначається, що, незважаючи на позитивні сторони використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному процесі, необґрунтоване і педагогічно невиважене використання таких технологій несе в собі небезпеку негативних наслідків такого навчання, виховання і розвитку учнів, оскільки зменшується комунікативний потенціал навчального процесу, з «поля зору» вчителя виключається процесуальна складова навчальної діяльності, послаблюються концентрація уваги учнів до явищ, що вивчаються, творча ініціатива учнів, посилюється тенденція до формування алгоритмічної діяльності, недостатня увага приділяється фізичному розвитку учнів, здоров'язбережувальним аспектам використання дітьми комп'ютерів у процесі пізнавальної діяльності.

Значною мірою описане стосується і математичної підготовки учнів, у ході якої комп'ютерно орієнтовані засоби навчання завдяки своєрідності взаємозв'язків змісту навчання і реальності слугуватимуть засобом підсилення професійної спрямованості навчання, необхідним інструментарієм підтримки такої діяльності.

У філософському розумінні моделювання – це спосіб репрезентації явищ, процесів або ситуацій, що безпосередньо пов'язаний з відображенням об'єктів реальності у свідомості людини. Таке тлумачення ґрунтується на основі філософської теорії відображення, яка одночасно з теорією пізнання і теорією моделей становить методологічну основу моделювання. Теорія відображення пояснює ключові процеси моделювання в науковому пізнанні: співвідношення результатів пізнання і оригіналу та формування образів у свідомості людини. У психології *образом* називається продукт уяви, ментальна картина або концептуальна модель [27, с. 246]. У численних дослідженнях *моделлю* називається *прообраз або образ будь-якого реального об'єкту, що створюється з метою його вивчення* [28].

У філософському розумінні метода моделювання розглядаються основні характеристики моделі як способу відображення дійсності. У такому контексті під *моделюванням розуміється сукупність властивостей та співвідношень реального об'єкта на спеціально створеному для цього матеріалі або ідеальному об'єкті, який називається моделлю*. Реальний об'єкт є *прототипом*, а відображений – *моделлю*. Між ними повинна існувати подібність, аналогія, схожість або їх фізичних властивостей і співвідношень, або в здійсненні їх функцій, або в математичному описі їх поведінки.

Пропоноване означення ґрунтується на класичному розумінні взаємозв'язків прототипу як реально існуючого предмета дослідження і моделі як способу отримання нових знань про цей предмет. Предметність прототипу прослідковується в багатьох означеннях моделі і моделювання, характерних для точних наук, зокрема для *математичного моделювання* [28].

У когнітивній психології під *прототипом* розуміють мисленневий образ, що будується на основі кореляції характеристик об'єктів категорії, що зберігається в довготривалій пам'яті. *Модель* – це уявно представлена або матеріально реалізована система, яка, відображуючи або відтворюючи об'єкт дослідження, може заміщати його так, що її вивчення дає нову інформацію про цей об'єкт [29]. Безперечно, комп'ютерна модель – це засіб відображення зв'язків і співвідношень, сутностей геометричних об'єктів. Необхідно в процесі навчання математики вимагати від учнів засвоєння математичних фактів та оволодіння дослідницькими вміннями в галузі математики, рекомендується долучати учнів до участі в наукових дослідженнях, заохочувати їх використовувати методи та форми дослідницької діяльності.

У навчально-виховному процесі навчання математичних дисциплін особливе місце займають факультативні курси, які можна вважати сполучною ланкою з іншими

предметами природничо-математичного циклу, що містяться в навчальному плані. Наприклад, комп'ютерна геометрія займається комп'ютерним моделюванням, пов'язаним з візуалізацією геометричних моделей. З використанням інструментарію комп'ютерної геометрії молодий дослідник отримує можливість проводити різноманітні комп'ютерні експерименти, у результаті чого формуються або відхиляються ті чи інші гіпотези. Саме тому вимоги щодо геометричної підготовки учнів переходять на якісно новий рівень. У науковій літературі можна побачити приклади, де демонструється ефективність використання експериментальних дослідницьких методів в процесі розв'язування математичних задач. Однак, найчастіше, учням у процесі навчання математики пропонуються готові конструкції, позбавляючи їх, тим самим можливості робити правильні висновки з урахуванням власного і, певним чином, організованого досвіду.

Мета статті. Використовуючи методи та прийоми активізації дослідницької діяльності учнів, обґрунтувати розроблену рівневу модель дослідницького навчання математичних дисциплін, спрямовану на підвищення рівня інтелектуального розвитку учнів та рівня математичних знань через педагогічно виважене використання окремих компонентів комп'ютерно орієнтованої методичної системи дослідницького навчання математики закладу загальної середньої освіти.

У питаннях інформатизації навчально-виховного процесу спостерігається стійка тенденція переходу від використання педагогічних програмних засобів з окремих розділів навчального курсу до створення і практичного впровадження комп'ютерно орієнтованих методичних систем дослідницького навчання математики, використання яких сприяє забезпеченню повного курсу навчальної дисципліни, які успішно використовуються в школах України та за її межами. Розглядаються можливості використання систем комп'ютерної математики в організації комп'ютерного дослідження під час навчання математики на уроках та в позаурочний час. У дослідженні формулюються завдання узагальнення властивостей, типів, задач і функцій моделі як універсального методу пізнання, уточнюється визначення моделі і конкретизуються властивості моделі.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У математичних науках після створення Декартом і Ферма аналітичної геометрії, на основі якої підсилилась ідея щодо узгодженості між собою різних розділів математики, поняття моделі було використано для розвитку цієї ідеї. Водночас моделлю прийнято вважати теорію, яка наділена структурною подібністю стосовно іншої теорії. Дві такі теорії називаються ізоморфними, а одна з них виступає як модель іншої, і навпаки. У процесі висловлення наукової позиції, безперечно, добір наукових термінів для опису певних понять та позначення відповідних предметів, предметних галузей або співвідношень є певною мірою довільним, результатом домовленостей або усталених звичаїв. На жаль, поряд з усталеним значенням терміну використовуються й інші, що призводить до плутанини та заважає зробити адекватні висновки та здійснити правильне і точне оцінювання гносеологічної та методологічної ролі різних моделей у науковому пізнанні.

У педагогічній літературі під *дослідницькою діяльністю* розуміють діяльність, пов'язану з розв'язуванням творчої, дослідницької задачі із задалегідь відомою відповіддю та такою, що передбачає наявність основних етапів, характерних для дослідження в науковому середовищі: постановку проблеми; вивчення теорії, пов'язаної з обраною темою; добір методик дослідження та практичне їх засвоєння; накопичення власного навчального матеріалу, його аналіз і узагальнення; власні

висновки. Під час початково-виховного процесу мета дослідницької діяльності полягає в набутті учнями дослідницьких умінь як способу засвоєння дійсності, у розвитку здібностей до дослідницького способу мислення, у розвитку обізнаності учня.

Дослідницька робота спрямована на отримання учнем *«нового знання»*, тому навчально-дослідницькі задачі можуть розглядатися в навчальному процесі аналогом дослідницьких задач у науці. Використання систем комп'ютерної математики (GeoGebra, Gran, Wolfram, Maple, MathLab, Mathematika тощо) в навчально-виховному процесі сприяє виникненню можливості розв'язувати на уроках та в позаурочний час задач, які раніше не розв'язувались у зв'язку з їх складністю.

Безперечно, експеримент, зокрема науковий експеримент, є важливим засобом наукового пізнання. Виникнення комп'ютерної техніки призвело до поширення в математиці *експериментального підходу*. У своєму виступі А.П. Єршов описав очікувані ефекти від використання комп'ютера в навчальному процесі: *«...7. Комп'ютер вносить в навчальний процес принципово нові пізнавальні засоби, в тому числі обчислювальний експеримент, розв'язування задач з використанням експертних систем, конструювання алгоритмів і поповнення баз знань. <...> 9. Нарешті, властивість універсальності і програмованості, здібність до багатоцілевого використання комп'ютера дозволяють у багатьох випадках скоротити витрати на натурний експеримент і лабораторні роботи...»* [30, с. 18]. А.П. Єршов наголошує, що саме завдяки *динамізації математичних об'єктів* відбувається наближення навчального процесу до дослідження і експерименту [30, с. 34].

У працях В.І. Арнольда чимало уваги приділяється використанню експериментальних методів у навчанні математики: *«Математика є експериментальною наукою – частиною теоретичної фізики і членом сімейства природничих наук. <...> Вміння складати адекватні математичні моделі реальних ситуацій повинно становити невід'ємну частину математичної освіти. Успіх приносить не стільки використання готових рецептів (жорстких моделей), скільки математичний підхід до явищ реального світу»* [31].

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В умовах реформування сучасної освіти актуальним є завдання навчальних закладів щодо інтелектуального розвитку учнів, залучення їх до науково-дослідницької, творчої діяльності. В основу дослідницьких підходів покладено психологію творчого мислення, намагання здійснити формалізацію творчої діяльності, процедури пошуку нових знань. Однак у навчальних закладах різного рівня (особливо в закладах загальної середньої освіти) інтелектуальному розвитку учнів, розвитку науково-дослідницької діяльності приділяється недостатньо уваги. Це пов'язано, насамперед, із відсутністю розробленого на належному рівні методичного забезпечення для вчителів і слабкої орієнтації на організацію науково-дослідницької діяльності учнів у підручниках і навчальних посібниках з математики.

Безперечно, підхід до проблеми формування дослідницької діяльності учнів у процесі навчання математики потребує суттєвих та ґрунтовних змін у методичних системах у зв'язку з протиріччями: *між потребою суспільства в активних, ініціативних, творчо мислячих, соціально адаптованих громадянах і традиційною спрямованістю навчальних закладів; між соціальними вимогами інформаційного суспільства до підготовки випускників середньої школи і майбутніх учителів щодо використання в практичній роботі інформаційно-комунікаційних технологій та відсутністю належного методичного забезпечення такої підготовки; між творчим характером пізнавальної діяльності і репродуктивними методами навчання під час*

навчально-виховного процесу в школі; між прагненнями частини вчителів надавати педагогічну підтримку розвитку дослідницької діяльності учнів і не розробленістю відповідного методичного забезпечення в умовах використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Вирішити ці суперечності можливо завдяки введенню в традиційний навчально-виховний процес методичної системи – дослідницького навчання математики, з використанням якої в учителів з'явиться можливість організувати і управляти творчою діяльністю учнів.

В основу такої системи покладено сукупність п'яти взаємопов'язаних компонентів: цілей, змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання, однак, на відміну від традиційного навчання, кожний із запропонованих компонентів доповнений дослідницькими складовими, тобто побудований з урахуванням прийомів науково-дослідницької діяльності.

Дослідницьке навчання математики являє собою реалізацію теоретико-методичних основ формування прийомів навчально-пізнавальної та науково-дослідницької діяльності учнів в умовах педагогічно виваженого та методично вмотивованого використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Основне із завдань даного дослідження полягало в тому, щоб виокремити той необхідний і достатній набір знань, умінь і навичок, засвоєння яких, з одного боку, дозволить школяреві, який прийшов із звичайної середньої ланки загальноосвітньої школи, реалізувати програму мінімум – вступ до вищого навчального закладу, з іншого боку, – забезпечить успішність подальшого навчання. Активне засвоєння і використання знань повинні забезпечити відповідний інтелектуальний розвиток учня.

Що ж до проблем диференціації шкільної математичної освіти, не існує жодного «обов'язкового» набору знань, умінь і навичок, достатнього навіть для переведення учнів в наступний клас. Критерієм засвоєння повинні слугувати певний рівень культури і знань, наявність якого сприятиме забезпеченню формування готовності людини жити і працювати в умовах науково-технічної революції, комп'ютеризації сучасного виробництва. Перевірка рівня математичного розвитку не повинна зводитися до перевірки умінь і навичок рецептурного розв'язування простих задач [32].

Важливість означення полягає в спробі узагальнити і конкретизувати означення моделі шляхом уточнення важливих її характеристик. Йдеться про заміщення об'єкту дослідження (пізнання), наявність чітких правил переходу від відомостей про модель до відомостей про об'єкт; наявність правил побудови моделі, можливість надання відомостей про об'єкт дослідження для здійснення перевірки.

Безперечно, на основі означення поняття моделі доцільно виокремити загальні характеристики моделі [33]: *формалізованість; подібність об'єкту, що вивчається; системність, подання результатів пізнання в матеріальному або теоретичному вигляді; можливості моделі виокремлювати відомості про досліджуваний об'єкт і заміщати його в процесі пізнання.* Наприклад, завдяки формалізованому підходу можна описати систему елементів досліджуваних об'єктів та їх співвідношень через зручну у використанні і чітко сформульовану систему знаків штучної мови. Прикладами штучної мови можуть бути *математичні формули, комп'ютерні програми, схеми, графи, знаки і т.д.* Безперечно, поняття формалізації властивостей модельованого об'єкта найчастіше пов'язується з *математичними і комп'ютерними (інформаційними) моделями.* Йдеться про знаково-символьні зображення.

Етап формалізації полягає у виокремленні та доборі тих властивостей реального об'єкта, використання яких допоможе створити майбутню модель, відповідно забезпечуючи найбільшу подібність до оригіналу.

Під *аналогією* (грец. *αναλογία* — «відповідність») розуміється подібність, схожість загалом відмінних предметів, явищ за певними властивостями, ознаками або відношеннями. У психології аналогія як одна з операцій мислення будується на порівнянні структур, функцій, принципів; на визначенні подібності та перенесенні цих ознак у новий формат вирішення проблеми. Результатом використання аналогії є створення прототипу, рівноцінного об'єкту дослідження за подібними властивостями, але не подібного за матеріальним втіленням [33]. Саме на підставі цієї особливості вважаємо аналогію невід'ємною операцією моделювання. Модель як засіб пізнання є своєрідним *абстрагуванням* у результаті цілеспрямованої пізнавальної діяльності. *Абстрагування* полягає в доборі суттєвих і найважливіших властивостей реального об'єкта та виокремленні їх у деякий самостійний об'єкт з метою виконання завдань дослідження.

Абстракція вважається необхідним атрибутом наукового пізнання, оскільки покладена в основу мисленнєвої операції *узагальнення*, з використанням якої створюються «вторинні образи» знання, або моделі. Важливою особливістю операції абстрагування є те, що з її використанням учень з використанням моделюючої функції мислення, отримує можливість здійснювати класифікацію об'єктів дослідження та їх властивостей, тобто створювати *ментальну модель прототипу*. *Спроцнене порівняння абстракцій з моделями не допускається і є сумнівним з філософської точки зору*.

На жаль, дуже часто на обчислювальну техніку поширюються ідеї антропоморфізму. Наприклад, зустрічаються хибні висловлювання про «розумні комп'ютери, які здатні до мисленнєвих процесів», «комп'ютер грає в ігри та виграє...», «комп'ютер розпізнає ситуації, образи», «комп'ютер приймає рішення ...» та ін. Важливо пам'ятати, що за всіма проблемами конструювання, проєктування, моделювання та використання інформаційно-комунікаційних технологій стоїть *Людина*, яка їх вирішує.

Завдяки використанню систем комп'ютерної математики суттєво розширилися можливості учнів в експериментуванні з об'єктами математичних досліджень. Дотепер застосування комп'ютерних візуальних систем сприяє залученню в навчальний процес систематичного використання дослідницьких експериментів. Вважатимемо, що діяльність дослідника з використанням об'єктів матеріального світу або їх ідеальними образами належить до галузі експериментальної математики, якщо її результатами є гіпотези про властивості математичних об'єктів та/або математичні поняття.

В освітньому процесі використовуються математичні пакети спеціалізовані (*Eureka, MacSyma, MacMath, StatGraph, Reduse, SketchPad, Cabri, та ін.*) та універсальні (*GeoGebra, Gran, DG, Derive, MathCad, MathLab, Maple, Mathematica, MuPad та ін.*) зі зручним інтерфейсом, у яких реалізовано значну кількість стандартних і спеціальних математичних операцій і функцій, потужні графічні засоби дво- та тривимірної графіки, мови програмування, засоби підготовки математичних текстів для друку, експортування даних в інші програмні продукти та імпортування з них даних з метою опрацювання. Основне призначення спеціальних математичних пакетів полягає в підтримці навчання шкільних курсів математики та використання математичних методів у процесі навчання інших предметів. З використанням таких програмних засобів створюється зручне комп'ютерне середовище для експериментування в певній математичній галузі (*наприклад, алгебрі, математичному аналізі, геометрії (стереометрії, планіметрії), теорії ймовірностей і математичній статистиці та ін.*), з'являється можливість для візуалізації абстракцій, розв'язування типових математичних задач і т.д.

Основна мета математичної освіти полягає також у розвитку вміння математично, логічно та усвідомлено досліджувати явища навколишнього світу.

Реалізації такої ідеї сприятиме розв'язування на уроках та в позаурочний час дослідницьких задач, тому використання вчителем на уроках дослідницьких задач (див. Рис. 1) є не тільки бажаним, але навіть необхідним (обов'язковим!) елементом навчально-виховного процесу.

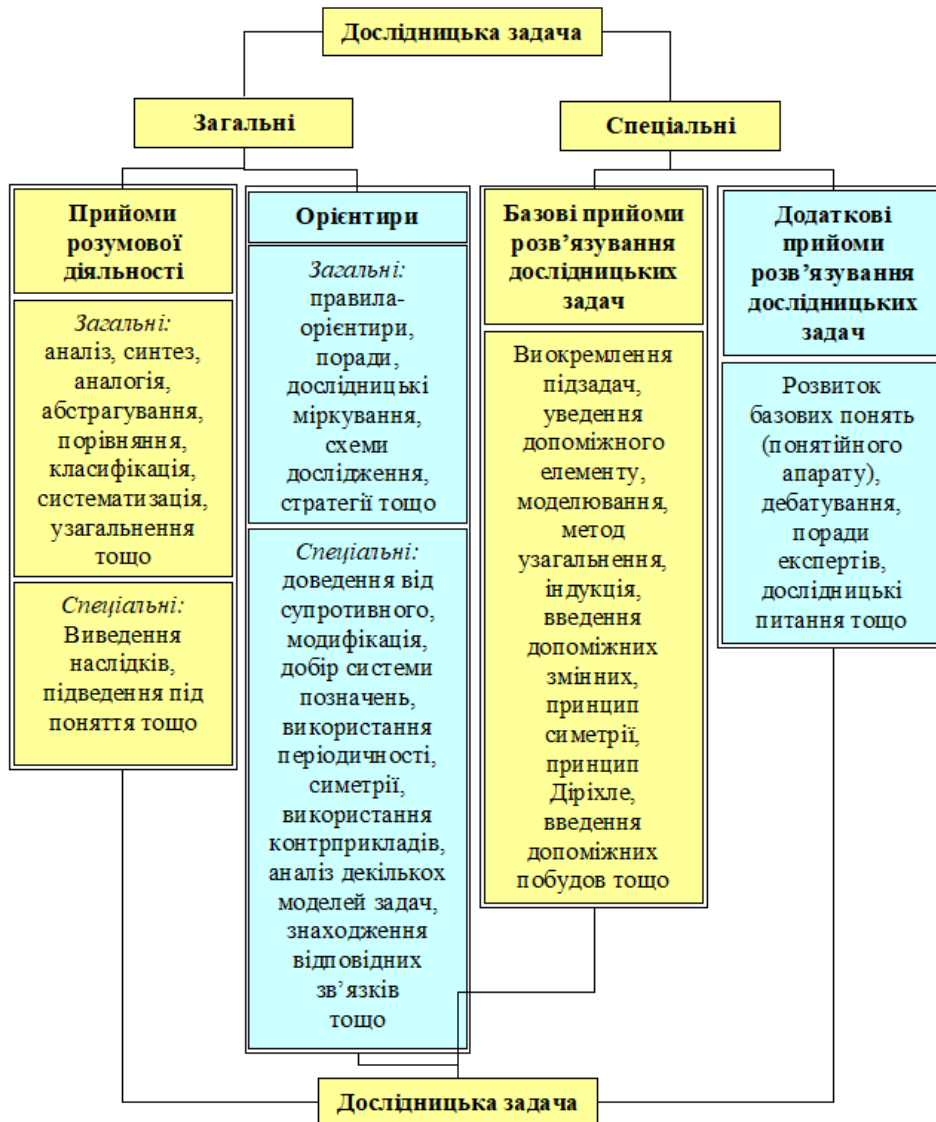


Рис.1. Класифікація дослідницьких прийомів. Джерело: опрацювання власне

Розглядаючи методичну систему дослідницького навчання математики як комп'ютерно орієнтовану систему навчання математики, доцільно зупинитися також на системі методів навчання. Безперечно, система традиційних методів навчання доповнюється дослідницькими та спеціальними методами.

Дослідницькі методи, що належать до комп'ютерно орієнтованої системи навчання математики: *метод гіпотез; метод конструювання понять; метод спроб і помилок; метод прогнозування; метод синектики; метод дослідження; метод запитань; методи символного і образного бачення; метод фактів; мозковий штурм тощо.*

Крім традиційних, використовуються також різноманітні форми навчання (розрахункові графічні роботи, творчі тижні, учнівські дослідження, індивідуальні, групові, фронтальні форми тощо) [33].

У поєднанні з традиційними формами організації контролю та корекції результатів навчання пропонується різномірний контроль знань учнів з метою виявлення рівнів досягнення сформованості прийомів дослідницької діяльності та методична підтримка корекції результатів навчання з використанням окремих дослідницько-дидактичних конструктів комп'ютерно орієнтованої системи [34].

Методична система дослідницького навчання математики є комп'ютерно орієнтованою системою, використання якої сприяє формуванню прийомів дослідницької діяльності в процесі навчання математики.

Успішне використання запропонованої системи залежить від уміння вчителя здійснювати проєктування моделі навчання з дотриманням необхідних умов:

- Рівня математичної культури вчителя математики;
- Вільного володіння теоретичними та практичними основами процесу формування прийомів дослідницької діяльності учнів, практичними основами проєктування комп'ютерно орієнтованого навчання математики, уміння організувати та управляти дослідницькою діяльністю школярів;
- Уміння мотивувати учня та зацікавити його дослідницькою діяльністю;
- Уміння надавати своєчасну індивідуальну допомогу учням;
- Уміння долучати школярів до творчої діяльності, пов'язаної з розширенням можливостей виконання дослідницької діяльності, зокрема з використанням системи дослідницьких і творчих задач та різноманітних комп'ютерно орієнтованих засобів навчання;
- Допомоги учням самостійно здійснювати рефлексію, визначати та усвідомлювати отримані особисто результати дослідницької діяльності.

З використанням систем динамічної математики забезпечується необхідна «інтерактивність» роботи з рисунком і можливість його дослідження в динаміці, причому з'являється можливість:

- Автоматизувати процес побудови, розширюючи набір базових геометричних інструментів, попередньо визначивши вихідні об'єкти та алгоритм побудови;
- Виконувати побудови, аналогічні класичним побудовам за допомогою циркуля та лінійки (*будувати відрізки; промені; прямі за двома точками; будувати точки, що належать фігурам; знаходити точки перетину фігур; будувати образ точки при центральній та осевій симетрії, середину відрізка; вимірювати відстані і кути; проводити паралельні і перпендикулярні прямі, бісектриси; коло за даним радіусом; коло за центром і точки на ньому*);
- Задавати точки і фігури аналітично (*за допомогою координат і рівнянь*);
- Здійснювати оформлення рисунків, змінюючи при цьому властивості відображення точок і фігур (*товщину ліній, стиль, колір, спосіб нанесення, відображати необхідні частини рисунка*);
- Вимірювати відповідні параметри побудови (*координати, довжини, кути, площі*) шляхом (а) *безпосереднього вимірювання (позначення крапок для виміру та підготовка відповідних підписів)*, (б) *з використанням вбудованого геометричного калькулятора*, (в) *додавання напису з динамічними виразами*;
- Вимірювати параметри побудови, причому значення миттєво обновляються залежно від відповідних змін базових параметрів; *з'являються можливості для виконання досліджень, пошуку закономірностей і формування гіпотез*;
- Використовувати необхідні елементи аналітичної геометрії (*систему координат, графіки функцій, рівняння прямих і кіл, алгебраїчні залежності між частинами побудови тощо*);
- Будувати *геометричні місця точок, будувати слід точки при відповідному переміщенні, будувати сліди прямої на комплексному кресленні та ін.*;

- Переглядати алгоритми побудови за необхідними кроками;
- Здійснювати експорт рисунків в графічні формати для підготовки геометричних ілюстрацій та використання в інших додатках.

Варіативні дидактичні конструкти (!) – це система логічно взаємопов’язаних навчальних проблем (варіативних дослідницьких (творчих!) завдань або навчальних комп’ютерних програм), з використанням яких у сукупності з дослідницькими (творчими!) запитаннями, вказівками та необхідним мінімумом навчальних відомостей в учнів з’являється можливість, зокрема без зовнішньої допомоги, відкривати нові знання про об’єкти дослідження (знаходити закономірності та формувати гіпотези), відповідні способи або засоби дослідницької діяльності (див. Рис. 2).

Результати дослідження свідчать про можливе та доцільне використання таких програм у поєднанні з традиційними методами навчання, причому отримуємо можливість ефективно використовувати час без перевантаження учнів. Поняття дослідницької задачі в експериментальній математиці розглядається в контексті теорії дослідницького навчання. Безперечно, створюються умови для дослідницького навчання та реалізуються нові підходи, які не можна використовувати під час традиційного навчання. Йдеться про можливість *пошуку власного логічного розв’язування задачі; моделювання досліджуваних явищ; пошук варіантів раціональних розв’язків; постановка проблеми і можливість поетапного її розв’язування.*

Відповідні навчальні дії розвивають логічне мислення та творчі здібності учнів, що так само сприяє розвитку інтелекту, адже під час вивчення математики з використанням педагогічних програмних засобів учень навчається критично мислити і ґрунтовно аналізувати навчальні матеріали, конструює необхідні знання і відкриває для себе нові між предметні зв’язки, зокрема із застосуванням КОМСДН.

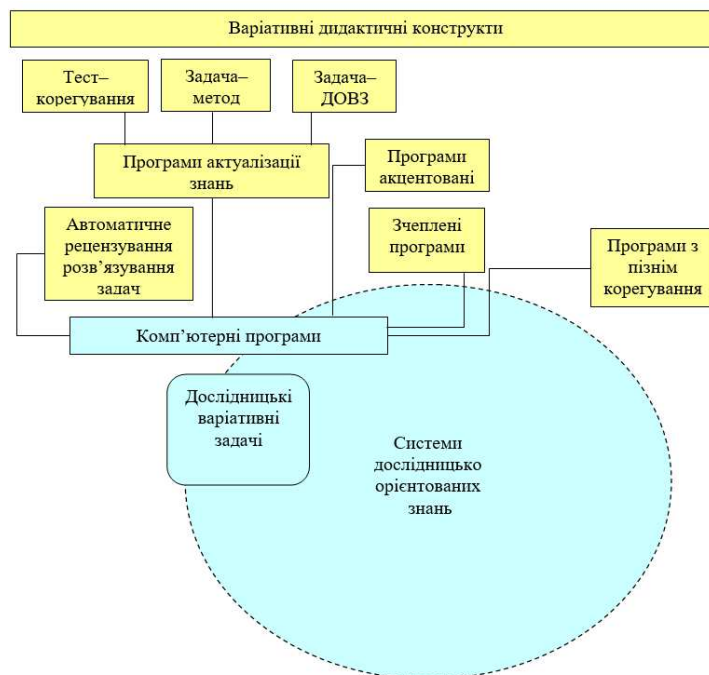


Рис. 2. Варіативні дидактичні конструкти. Джерело: опрацювання власне

У дослідженні передбачається можливість коригування вчителем компонентів комп’ютерно орієнтованої методичної системи дослідницького навчання (КОМСДН) (див. Рис. 3), пропонується класифікація педагогічних програмних засобів, які можуть

бути використані в процесі навчання предметів математичного циклу для інтелектуального розвитку учнів та підвищення рівні мотивації.

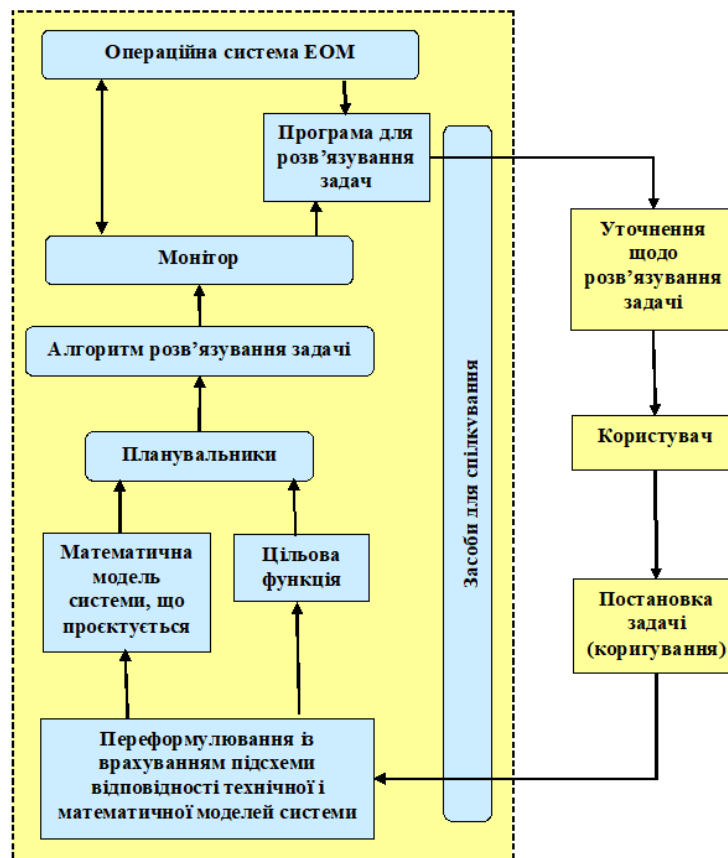


Рис.3. Схема коригування вчителем КОМСДН. Джерело: опрацювання власне

У дослідженні використовується уточнена рівнева модель дослідницького навчання [34]:

1 рівень – Confirmation Inquiry. Учні перевіряють істинність відомих результатів досліджень.

2 рівень – Structured Inquiry. Учні розв'язують дослідницьку задачу, запропоновану вчителем, з використанням правила-орієнтира. Учитель виступає в ролі наукового керівника [26].

3 рівень – Guided Inquiry. Учитель формулює перед учнями дослідницьку задачу. Водночас учні самостійно планують дослідження, визначають порядок роботи, після чого повідомляють про результати дослідження та захищають їх.

4 рівень – Open Inquiry. Учні самостійно формулюють дослідницькі проблеми, реалізують дослідницькі процедури, готують звіт про результати дослідження.

Доцільно виокремити основні види навчальної діяльності з вираженим та методично вмотивованим використанням педагогічних програмних засобів:

- Актуалізація знань і формування відповідної мотивації учнів;
- Вивчення нового навчального матеріалу;
- Індивідуалізація самостійної роботи учнів;
- Узагальнення та систематизація знань учнів;
- Рефлексія та контроль навчальних досягнень учнів;
- Поглиблення вмінь у предметній галузі і формування навчально-пізнавальної, дослідницької діяльності учнів.

Педагогічний програмний засіб доцільно використовувати в навчальному процесі лише за умови необхідності з педагогічної точки зору. Так, наприклад, якщо:

– Логічно-математичні моделі (графічні (статичні та динамічні), вербально-знакові, знакові) мають недостатню наочність, зрозумілість або є надзвичайно складними для сприйняття учнями;

– Забезпечується більш висока ефективність навчального процесу в порівнянні з використанням традиційних засобів навчання;

– Відсутня можливість реалізувати певні засоби навчання у вигляді матеріальних об'єктів (наприклад, фізичних моделей, оригіналів у штучних умовах, оригіналів у природних умовах та ін.).

Суть експериментального дослідницького підходу в процесі навчання математики в рамках наукового дослідження реалізується на заняттях у школі. Наприклад,

– У процесі навчання математичних дисциплін в учня з'являється можливість використовувати вже сформовані інтуїтивні уявлення про реальні образи математичних об'єктів (моделей);

– З використанням комп'ютерних програм з'являється можливість здійснювати візуалізацію математичних конструкцій;

– Експериментальні дослідження в математиці сприяють розвитку образного мислення учнів;

– Використання комп'ютерних засобів у процесі навчання алгебри, геометрії, стохастички допомагає учню усвідомити міждисциплінарний характер математики.

Нижче наведено приклади [34].

Приклад 1. Між 0 і 1 навмання вибирається два числа. Знайти ймовірність того, що добуток логарифмів цих чисел не більший за 1, а добуток різниць між 1 і цими числами не перевищує 0.1.

Позначимо перше число через x , а друге через y . Тоді в результаті кожного випробування дістанемо пару (x, y) , причому множиною всіх таких пар є

$$\Omega = \{(x, y) \mid x \in [0; 1], y \in [0; 1]\}.$$

Усі точки множини Ω вважатимемо рівноможливими, тобто розподіл ймовірностей на множині Ω вважатимемо рівномірним.

Множиною пар (x, y) , через які визначається вказана подія, є

$$A = \{(x, y) \mid x \in [0; 1], y \in [0; 1], (1-x)(1-y) \leq 0.1, \ln x \cdot \ln y \leq 1\}$$

(на Рис. 4.1 множини A заштриховано).

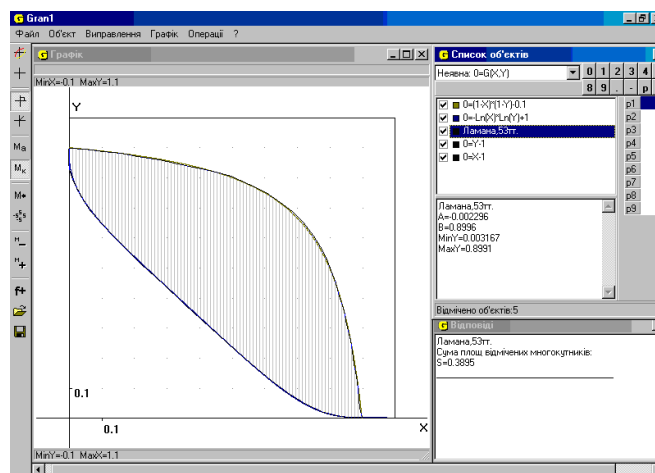


Рис. 4.1

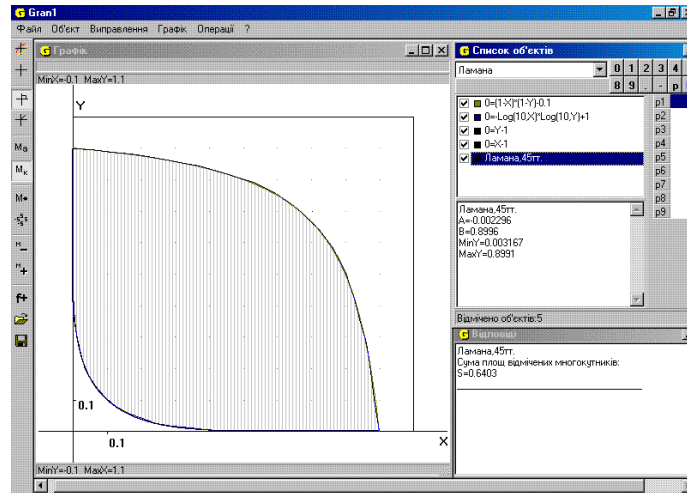


Рис. 4.2

Використовуючи послуги програми GRAN1, знайдемо точки перетину кривих

$$y = 1 + \frac{0.1}{x-1} \quad \text{і} \quad y = e^{\frac{1}{\ln x}}.$$

Далі знайдемо площу $m(A)$ області, обмеженої зазначеними кривими (заштрихованої області) (див. Рис. 4.2). Оскільки $m(\Omega) = 1$, то шукана ймовірність дорівнює

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = 0.39.$$

Якщо замість натуральних розглядати десяткові логарифми, то відповідний результат подано на Рис. 4.2).

Приклад 2. Розглянемо конкретну економічну модель. Бюро економічного аналізу фірми X оцінює ефективність відділу маркетингу з продажу цукерок. Для такого оцінювання вони мають досвід роботи у 5 географічних зонах з майже однаковими умовами (потенційні клієнти, ставлення до товарного знаку та ін.). У цих зонах фіксували x_i – обсяги продажу протягом деякого періоду (млн. коробок) і y_i – витрати на рекламу (млн. гр.од.) для просування товару на ринку:

i (№ зони)	X_i (млн.кор)	Y_i (млн.гр.од.)
1	5	25
2	6	30
3	9	35
4	12	45
5	18	65

За допомогою програмного засобу Excel можна проаналізувати реальні спостереження в числовій і графічній інтерпретації (Рис. 5.1):

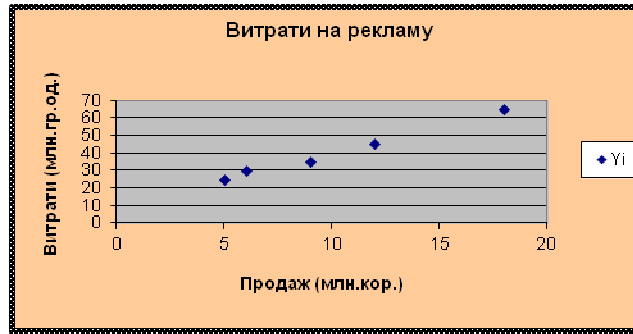


Рис. 5.1

Візуально за Рис. 5.1 можна припустити, що між двома змінними є лінійна залежність, тобто її можна апроксимувати прямою лінією.

Необхідно побудувати лінійну модель $y = ax + b$, за якою найкращим чином характеризуються спостережені значення, тобто визначити невідомі коефіцієнти a і b .

1-й спосіб. Скористаємось методом найменших квадратів, відтворивши необхідні розрахунки у програмному засобі Excel і отримаємо шуканий результат (Рис. 5.2).

2-й спосіб. Використаємо спеціальні вбудовані статистичні функції Excel для отримання значень коваріації (КОВАР) і дисперсії (ДИСП) та порівняємо отримані результати.

3-й спосіб. Описану вище задачу розглянемо як задачу нелінійної оптимізації відносно невідомих a, b , де функція цілі являє собою квадратичну форму, для знаходження мінімуму якої використаємо вбудовану математичну функцію СУММКВРАЗН. За допомогою спеціального пакету Solver («Пошук розв'язку») знайдемо відповідні розв'язки, проаналізуємо їх за допомогою певних звітів (Рис. 5.2).

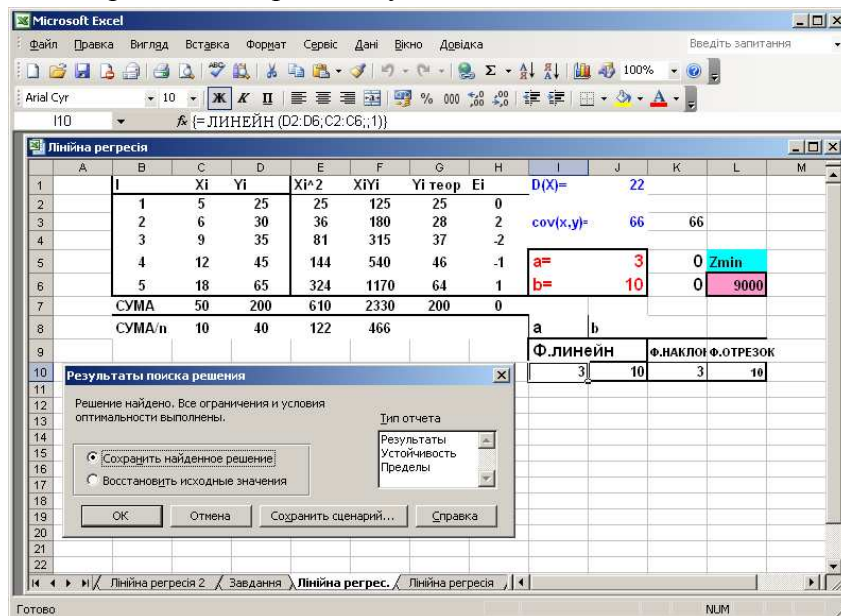


Рис. 5.2

4-й спосіб. Використаємо так звані лінії трендів, за якими, крім геометричного розв'язування даної задачі, можна отримати рівняння лінійної регресії, а також значення коефіцієнта кореляції, за яким оцінюється адекватність вибраної моделі, у даному разі лінійної, реальним спостереженням (Рис. 5.3).

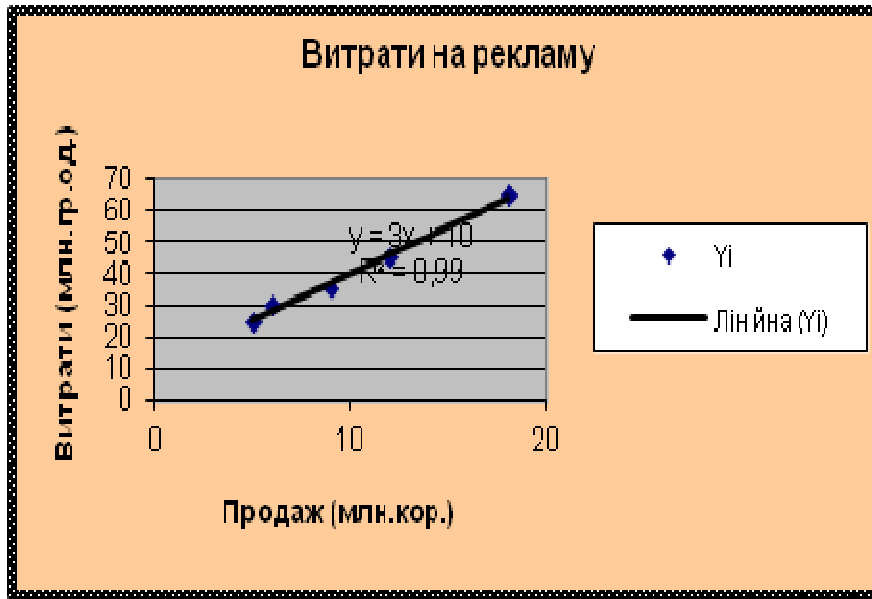


Рис. 5.3

5-й спосіб. Використаємо вбудовані статистичні функції ЛІНІЙН, НАХИЛ, ВІДРІЗОК, що дозволяє визначити або всю лінійну регресійну модель, або окремі її параметри (Рис. 5.2).

6-й спосіб. Для таблично заданої функції

x_i	5	6	9	12	18
y_i	25	30	35	45	65

побудувати поліном 1-го степеня виду $y = P(x) = ax + b$, яким найкраще наближається задана функція в розумінні середнього квадратичного (за методом найменших квадратів, скориставшись програмою Gran1). У результаті одержимо (Рис. 5.4)

$$y = P(x) = ax + b = 3x + 10 .$$

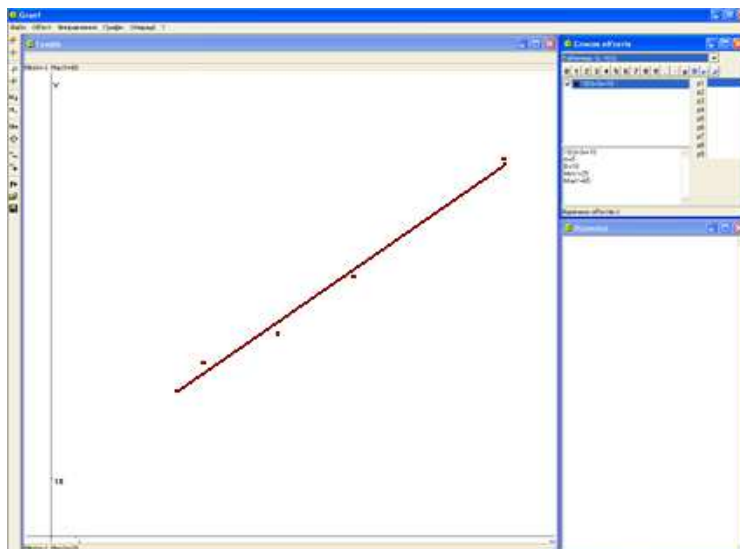


Рис. 5.4

За всіма наведеними 6 способами розв'язування задачі отримують рівняння шуканої прямої, за яким характеризують лінійну залежність між продажем продукції і витратами на рекламу у вигляді.

$$y = 3x + 10 .$$

Під час виконання розрахунково-графічних робіт учні розв'язують не тільки задачі з обчислювальної геометрії, що є традиційними, але й дослідницькі задачі.

У роботах [33], [34] розглядаються можливості використання системи комп'ютерної математики в процесі проведення комп'ютерного дослідження під час розв'язування задач, що відповідає першому рівню *Confirmation Inquiry*. Учням пропонується теоретично обґрунтувати отримані припущення. Аналогічно перевіряються твердження наступних задач.

Запропоновані задачі можуть використовуватись для організації комп'ютерного дослідження: під час проведення лабораторних практикумів з предметів природничо-математичного циклу (якщо передбачено робочою програмою); у рамках позаурочної самостійної роботи; під час навчальної практики, яка проводиться наприкінці навчального року. Для розв'язування задачі необхідно додатково вивчити теоретичний матеріал для самостійного опрацювання. Учням пропонується провести комп'ютерний експеримент, який полягає в перевірці запропонованих тверджень, гіпотез [34].

Комп'ютерне моделювання – це моделювання, з використанням якого досліджуються моделі в теорії, не маючи підтвердження та доказів природних явищ у реальних умовах. Поліаспектність навчання з використанням комп'ютерного моделювання поєднує інформаційний, психологічний і дидактичний аспекти.

Під інформаційним аспектом розуміють: *можливість отримання нових відомостей; реалізацію добору навчального матеріалу та інших відомостей; розвиток інформаційної культури учнів.*

Психологічний аспект реалізації можливостей використання комп'ютерного моделювання в процесі навчання відображає: *особливий характер взаємостосунків учня з навколишнім середовищем із врахуванням добору варіативного підходу щодо побудови учбової діяльності; широку можливість реалізації індивідуального підходу під час навчально-виховного процесу; вплив на пізнавальну обізнаність (інтерес, зацікавленість) школярів; психічні особливості сприйняття, пам'яті, мислення, уяви; нові можливості комунікативної організації навчання.*

Дидактичний аспект щодо використання комп'ютерних моделей у школі полягає в тому, що з'являється можливість: *реалізовувати основні дидактичні принципи навчання; використовувати різноманітні форми організації навчально-виховного процесу; розробляти і реалізовувати цілі навчання; добирати зміст навчального матеріалу у відповідності з доцільністю та педагогічно виваженим використанням комп'ютерних моделей; отримати нові результати навчання.*

У ході дослідження вдалося виокремити три основні групи проблем, пов'язаних з використанням комп'ютерів у навчально-виховному процесі: перша пов'язана з теоретичним обґрунтуванням навчання, друга представляє собою проблему створення обґрунтованої технології комп'ютерного навчання, а третя об'єднує психолого-педагогічні аспекти проектування навчальних програм. У процесі розроблення комп'ютерних учбових програм потрібно враховувати такі аспекти, як зміст програми, дидактичні цілі, що реалізуються програмою, навчальні функції, місце і час «включення» програми в навчальний процес, методичне забезпечення, врахування вікових особливостей розвитку дітей.

Здобуті знання, уміння і навички необхідні також у майбутньому. Наприклад, у процесі підготовки майбутніх бакалаврів, які навчаються за напрямом «Математика і комп'ютерні науки» можна виокремити наступні геометричні дисципліни: «Аналітична геометрія», «Диференціальна геометрія і топологія», «Додаткові розділи геометрії і алгебри», «Симплектична геометрія», «Комп'ютерна геометрія і геометричне моделювання», «Системний аналіз», «Дискретні структури» тощо.

Визначення доцільності використання КОМСН та інформаційно-комунікаційних технологій у процесі дослідницького навчання учнів предметів природничо-математичного циклу в школі та оцінювання ставлення вчителів та учнів до ідентифікованих ресурсів слугувало метою здійсненого експериментального дослідження [36]. Розроблено критерії оцінювання ставлення опитаних учасників експерименту до застосування компонентів КОМСН [32].

Отримані в процесі здійснення експериментального дослідження дані використовувалися для відповіді на запитання: (1). *Вкажіть, які інформаційні ресурси та КОМСДН є найбільш актуальними в процесі навчання учнів предметів природничо-математичного циклу?* (2). *Зазначте, чи існують кореляційні зв'язки між перевагами у ставленні учнів і вчителів до використання окремих інформаційних ресурсів та рівнями інтелектуального розвитку учнів?* (3). *Вкажіть, яким чином необхідно ефективно здійснювати добір інформаційних ресурсів для підвищення рівня мотивації та ефективності процесу дослідницького навчання учнів?*

В експериментальному дослідженні в процесі добору інформаційних ресурсів під час дослідницького навчання враховувалися психофізіологічні та психолого-педагогічні фактори, серед яких велике значення мали рівні інтелектуального розвитку (РІР) учнів [34].

У процесі визначення факторів, що найбільше впливають на результат навчання, проаналізовано дані досліджень 7,727 тисяч респондентів (учнів, учителів) з 27 навчальних закладів, розташованих у різних регіонах України [35]. Експериментально доведено наявність суттєвих розбіжностей між стилями навчання учнів і вчителів. Показано, що відмінності насамперед залежать від РІР і напряму підготовки. Визначено, що учні, які мають різні комбінації стилів навчання, по-різному відчують когнітивне навантаження під час дослідницького навчання з використанням КОМСДН.

Для статистичного аналізу результатів у дослідженні використано описові статистики, кореляційний аналіз з визначенням коефіцієнтів кореляції за Пірсоном, непараметричні тести для обчислення коефіцієнту конкордації W Кендалла для встановлення рангу змінних. Рівень значущості 0,05 використаний для перевірки гіпотез, а відповідні величини двосторонньої значущості надавалися в разі необхідності. Усі компоненти КОМСДН, що використовувалися під час навчання природничо-математичних дисциплін, були об'єднані в 17 умовних груп відповідно до їх функцій.

Показники переваги у ставленні учнів до використання інформаційних ресурсів розглядаються як характеристики популярності окремої КОМСДН. Виокремлено два параметри щодо необхідності певних обмежень на практичне використання інформаційних ресурсів та популярності їх використання: значення середнього балу, отриманого в процесі анкетування респондентів, і кількість значущих кореляцій.

Обчислені кореляції між показниками переваги у ставленні учнів до використання окремих інформаційних ресурсів КОМСДН і РІР учнів для окремих груп інформаційних ресурсів використовуються для здійснення коригування методики дослідницького навчання з метою оптимального добору навчальних ресурсів для мінімізації протиріч з урахуванням РІР учнів, характерними для конкретної групи учнів.

У дослідженні розроблено та апробовано алгоритм вибору оптимального набору компонентів КОМСДН, який передбачає застосування кількісних критеріїв для встановлення відповідності ресурсів вимогам учнів та вчителів. Першим критерієм є середній бал показника переваги вибору електронного ресурсу учнями з різними РІР та стилями навчання, який обчислюють для типового профілю групи (класу). Другим критерієм є різниця між експертною рейтинговою оцінкою ресурсів для кожної теми та балом, наданим учнями.

Таблиця 1

Кореляційні зв'язки між показниками переваги у ставленні учнів до використання окремих інформаційних ресурсів (I)

Інформаційний ресурс	Рисунки, світлини (фотографії)	Графіки	Діаграми	Схеми	Таблиці
Рисунки, світлини (фотографії)	1,000	0,220 (0,281)	0,341 (0,089)	0,481 (0,013)	0,511 (0,008)
Графіки	0,220 (0,281)	1,000	0,582 (0,002)	0,454 (0,02)	0,209 (0,305)
Діаграми	0,341 (0,089)	0,582 (0,002)	1,000	0,551 (0,004)	0,266 (0,189)
Схеми	0,481 (0,013)	0,454 (0,02)	0,551 (0,004)	1,000	0,578 (0,002)
Таблиці	0,511 (0,008)	0,209 (0,305)	0,266 (0,189)	0,578 (0,002)	1,000

Група «статична візуалізація»; * - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,05$); *** - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,001$)

Таблиця 2

Кореляційні зв'язки між показниками переваги у ставленні учнів до використання окремих інформаційних ресурсів і рівнями інтелектуального розвитку учнів (I)

Рівень інтелектуального розвитку	Рисунки, світлини	Графіки	Діаграми	Схеми	Таблиці
I	-0,406 (0,049)	-0,627 (0,001)	-0,371 (0,074)	-0,328 (0,118)	-0,113 (0,598)
II	-0,489 (0,015)	-0,428 (0,037)	-0,471 (0,020)	-0,380 (0,067)	-0,556 (0,005)
III	0,014 (0,949)	-0,300 (0,154)	-0,221 (0,300)	-0,080 (0,711)	-0,060 (0,781)
IV	-0,116 (0,589)	-0,359 (0,085)	-0,461 (0,023)	-0,493 (0,014)	-0,441 (0,031)

Група «статична візуалізація»; * - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,05$); *** - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,001$)

Таблиця 3

Кореляційні зв'язки між показниками переваги у ставленні учнів до використання окремих інформаційних ресурсів (II)

Інформаційний ресурс	3D моделі	Анімація процесів	Відеовідтворення експерименту	Відеовідтворення природних процесів	Відеовідтворення прикладів з життя	Відеовідтворення екскурсій
3D моделі	1,000	0,501 (0,009)	0,438 (0,025)	0,604 (0,001)	0,458 (0,019)	0,432 (0,027)
Анімація процесів	0,501 (0,009)	1,000	0,501 (0,0079)	0,328 (0,102)	0,329 (0,100)	0,495 (0,010)
Відеовідтворення експерименту	0,438 (0,025)	0,501 (0,009)	1,000	0,604 (0,001)	0,589 (0,002)	0,541 (0,004)
Відеовідтворення природних процесів	0,604 (0,001)	0,328 (0,102)	0,604 (0,001)	1,000	0,697 (0,000)	0,732 (0,000)
Відеовідтворення прикладів з життя	0,458 (0,019)	0,329 (0,100)	0,589 (0,002)	0,697 (0,000)	1,000	0,627 (0,001)
Відеовідтворення екскурсій	0,432 (0,027)	0,495 (0,010)	0,541 (0,004)	0,732 (0,000)	0,627 (0,001)	1,000

Група «динамічна візуалізація»; * - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,05$); *** - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,001$)

Таблиця 4

Кореляційні зв'язки між показниками переваги у ставленні учнів до використання окремих інформаційних ресурсів і рівнями інтелектуального розвитку учнів (II)

Рівень інтелектуального розвитку	3D моделі	Анімація процесів	Відеовідтворення експерименту	Відеовідтворення природних процесів	Відеовідтворення прикладів з життя	Відеовідтворення екскурсій
I	-0,098 (0,649)	-0,065 (0,762)	-0,007 (0,975)	-0,157 (0,463)	0,140 (0,515)	-0,374 (0,072)
II	-0,083 (0,700)	0,094 (0,663)	0,159 (0,459)	-0,121 (0,573)	0,153 (0,474)	-0,057 (0,791)
III	0,523 (0,009)	0,481 (0,017)	0,547 (0,006)	0,520 (0,009)	0,434 (0,034)	0,493 (0,014)
IV	-0,097 (0,651)	-0,029 (0,893)	-0,002 (0,992)	-0,195 (0,361)	-0,093 (0,665)	-0,274 (0,195)

Група «динамічна візуалізація»; * - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,05$); *** - результати виявилися значущими на рівні достовірності ($p \leq 0,001$)

На основі аналізу результатів педагогічного експерименту можна стверджувати, що кількість обдарованих учнів у будь-якій сфері діяльності становить 10-15%, 15-20% становить група школярів, які повільніше засвоюють навчальний матеріал і мають низький рівень знань. У процесі реалізації інженерного математичного навчання необхідно здебільшого орієнтуватися на середню групу учнів, знання яких можна розподілити за рівнями: вище за середній, нормальний або середній.

Очевидно, що в цих групах зміст запропонованої математичної освіти має істотно відрізнятись. Безперечно, мотивація до навчання знижується в тих випадках, коли навчальний процес надто складний, тобто у випадках, коли інтелектуальні здібності учня не достатні для засвоєння запропонованого змісту навчання, і навпаки. В останньому випадку сповільнюється процес розвитку школяра. У результаті виникає необхідність у розробленні варіативних моделей математичної освіти учнів природничо-математичного, технічного профілів, що відрізняються за змістом, методами навчання та ін. Тестування учнів, яке проводилося протягом кількох років, моніторинг якості знань, який проводився в процесі навчання учнів, дозволяє виокремити кілька якісно різних груп учнів [32].

До першої групи належать учні (15,7% від загальної кількості учнів, які вступили до профільних класів), які набрали в процесі тестування менше 10 балів. За результатами практичних занять учні цієї групи мають труднощі в процесі засвоєння навчальної програми, більшість із них з часом переходять до звичайних загальноосвітніх класів і після закінчення вступають до вищих навчальних закладів.

До другої групи належать учні (42,3%), які набрали під час тестування від 10 до 15 балів. Учні цієї групи не мають досить добре сформованих обчислювальних навичок, не відрізняються оригінальністю мислення, проте в процесі систематичного і планомірного навчання засвоїли програму базового рівня і додаткову профільну компоненту. Уміють добре працювати за умови алгоритмічності їх дій. У перспективі близько 70% випускників цієї групи вступають до технічних вищих навчальних закладів.

До третьої групи належать учні (24,6%), які набрали в процесі тестування 16-18 балів. Учні цієї групи досить добре засвоїли програму середньої школи, проте для подальшого їх розвитку необхідно розвивати їх логічне мислення і творчі здібності. Практично всі з них вступають до обраних вищих навчальних закладів.

До четвертої групи належать учні (17,2%), які набрали під час тестування понад 18%. До цієї групи належать найбільш підготовлені учні, які прийшли в профільні

класи. Учні виявляють значний інтерес до математики. З них усі 100% вступають до обраних провідних вищих навчальних закладів.

На підставі аналізу, наведеного вище, розглядаються три моделі, пов'язані з різними варіантами математичної освіти учнів старших класів природничого, математичного, технічного профілів і пропонуються рівні занурення в навчальний предмет: *масова модель (для учнів другої групи), основна модель (для учнів третьої групи) і творча модель – підвищений рівень (для учнів четвертої групи)*.

На основі аналізу отриманих експериментальних даних можемо сформулювати такі висновки, які допоможуть учителям запобігти неефективній роботі з учнями.

1. Формулювання когнітивного стилю особистості в процесі професійної підготовки фактично призводить до нівелювання різниці в індивідуальних стилях з урахуванням РІР. У процесі дослідницького навчання потрібно виробити механізм інтеграції різних типів стильової поведінки учнів.

2. Попередня діагностика стилів поведінки учнів у групі є бажаною для організації ефективного дослідницького навчання. Розуміння складу групи допомагає вчителю створювати умови для: недопущення явищ, причиною яких стає виникнення «конфлікту стилів навчання з урахуванням РІР» учителів і учнів (наприклад, неефективний дизайн навчального матеріалу, низька результативність, високий рівень дискомфорту тощо); актуалізації і збагачення всієї системи механізмів стильової поведінки учнів, що обумовлює продуктивність інтелектуальних дій учнів.

3. Вирішення завдання організації ефективного дослідницького навчання передбачає створення дидактичних матеріалів з можливістю добору особливої лінії дослідницького навчання учнів та передумов для поступового формування індивідуальних пізнавальних стилів.

4. Для організації ефективного дослідницького навчання учнів математичних дисциплін необхідне використання КОМСДН, які мають адаптаційні засоби та надають можливість представлення навчального матеріалу в різних формах.

Безперечно, інтерес учнів до проектно-дослідницької діяльності, синергетичне поєднання інженерних знань з фундаментальною міждисциплінарністю, розвиток нових науково-технічних ідей сприятимуть створенню необхідних умов для підвищення мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнівської молоді, зокрема за рахунок педагогічно-виваженого використання в навчально-виховному процесі КОМСДН та оновлених педагогічних підходів. Нашим дітям дістанеться світ з різними проблемами, тому необхідно синергетичне поєднання науки, освіти і технологій для вирішення життєво важливих проблем.

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Розвиток в учнів правильного розуміння математики та відображення математичною наукою явищ і процесів реального світу є програмною вимогою в процесі навчання математики, в основу покладено моделювання (математичне і предметне). При навчанні математики визначаємо моделювання як *узагальнене інтелектуальне вміння учнів, що полягає в заміні математичних об'єктів, їх співвідношень, способів діяльності моделями за допомогою відрізків, числових променів, схем*.

На основі аналізу особливостей використання моделювання в науковому пізнанні можемо зробити висновки: модель – це формалізований матеріальний або ідеальний об'єкт, створений суб'єктом у результаті образного відображення об'єкта шляхом використання операцій аналогії та абстрагування на основі ментальної моделі прототипу; подібний об'єкту реальному за принципом гомоморфізму та ізоморфізму;

опосередкований діяльністю суб'єкта щодо постановки задачі, побудови, випробовуванні моделі, аналізу результатів моделювання і використанню отриманих результатів.

Для моделювання використовують різні математичні абстракції: числові формули, таблиці, формули, функції, рівняння та їх системи, нерівності, системи нерівностей, ряди, геометричні фігури, графосхеми, діаграми Венна, графи тощо. Математичне моделювання використовують при розв'язуванні багатьох прикладних, дослідницьких задач. Рівняння, складене за умовою задачі, є її алгебраїчною моделлю. Моделюванню, особливо алгебраїчному і аналітичному, необхідно приділити в школі належну увагу, оскільки математичні моделі використовуються при розв'язуванні прикладних задач.

При побудові моделі використовуємо порівняння, аналіз через синтез, класифікацію, узагальнення, що сприяють розвитку мислення. Побудова математичної моделі задачі готує учнів до моделювання реальних процесів і явищ. При розв'язуванні дослідницьких задач використовують їх аналітичні моделі. Такою моделлю може бути функція, що описує явище чи процес, рівняння, система рівнянь, нерівність, система нерівностей, система рівнянь і нерівностей та ін. При побудові математичної моделі задача перекладається на мову алгебри і математичного аналізу.

Використання комп'ютерних досліджень і експериментів у навчальному процесі сприяє доповненню дедуктивно-абстрактного аналітичного підходу синтетичним методом пояснення навчального матеріалу, сприяє розвитку збалансованої взаємодії лівої і правої півкуль головного мозку в процесі розв'язування математичних задач.

Визначено та обґрунтовано основи педагогічного проектування комп'ютерно орієнтованих методичних систем дослідницького навчання предметів математичного циклу в старшій школі. Розроблено та впроваджено рівневу модель комп'ютерно орієнтованої методичної системи дослідницького навчання математики в старшій школі. Конструйовано діяльність учнів і вчителів, організацію їх взаємодії з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем під час проведення поурочного навчання, факультативних занять та ін. Проаналізовано використання систем комп'ютерної математики, електронних освітніх ресурсів у комп'ютерно орієнтованих методичних системах дослідницького навчання [34].

Використання дослідницького методу в навчальному процесі забезпечує розвиток особистості учня за рахунок його доручення до експериментально-дослідницької діяльності на основі використання комп'ютерних засобів як інструменту дослідження. Надзвичайно важко задовольнити професійні вимоги і фізиків, і біологів, і природознавців одночасно, однак з урахуванням реалій та викликів сучасного життя потрібно розглядами проблеми міждисциплінарно з урахуванням синтезу природничої, математичної, фізичної, суспільствознавчої, технічної і гуманітарної позиції.

Необхідно зауважити, що зустрічаються негативні моменти щодо використання систем комп'ютерної математики в навчальному процесі. У свідомості учнів виникає так званий *когнітивний дисонанс*, *своєрідний «експериментально-теоретичний розрив»*. Йдеться про зниження мотивації до дедуктивного доведення, знижується зацікавленість теоретичним пошуком.

Безперечно, використання комп'ютерно орієнтованих систем у процесі дослідницького навчання математики в школі має бути педагогічно виваженим та методично вмотивованим. Учитель повинен формулювати дослідницьку задачу в такий спосіб, щоб *розумова діяльність учня не могла підмінятися комп'ютером* [35]. Відповідно, використання систем комп'ютерної математики сприятиме інтелектуальному розвитку учнівської молоді. Комп'ютерні дослідження і експерименти використовуються в процесі дослідницького навчання математики, проводяться щорічні міжнародні літні школи, різноманітні творчі конкурси, олімпіади з математики.

Планується подальше уточнення окремих конкретних компонентів комп'ютерно орієнтованої методичної системи дослідницького навчання предметів природничо-математичного циклу, що відповідають контексту педагогічних завдань профільної школи, з метою підвищення ефективності процесу навчання предметів природничо-математичного циклу в старшій школі та забезпечення інтелектуального розвитку учнів у контексті неперервності освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] В.П. Беспалько, "Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия)", Москва, Изд-во Моск. психол.-социал. ин-та, Воронеж: МОДЭК, 2002.
- [2] В.Ю. Биков, "Модели организационных систем открытой освіти: Монография", Київ, Атіка, 2008.
- [3] В.М. Глушков, "Основы безбумажной информатики", Москва, Наука, 552 с., 1987.
- [4] А.П. Ершов, "Компьютеризация школы и математическое образование", *Информатика и образование*, 5-6, С. 3-12, 1992.
- [5] M.I. Zhaldak, "Mathematics with a Computer", Kyiv, National Dragomanov Pedagogical University, 2016.
- [6] М.П. Лапчик, "Информатика и информационные технологии в системе общего и педагогического образования. Монография", Омск, изд-во ОмГПУ, 1999.
- [7] Е.И. Машбиц, "Психологические основы управления учебной деятельностью", Киев, Высшая школа, 1987.
- [8] Н.Н. Моисеев, "Время определять национальные цели", Москва, Изд-во МНЭПУ, С.172-173, 1997.
- [9] И.А. Новик, "Современные тенденции в проведении исследований по теории и методике обучения естественным наукам (математике, физике, информатике): пособие", Минск, БГПУ, 2005.
- [10] S. Papert, "Mindstorms. Children, Computers and Powerful Ideas", Second Edition., NY, «BasicBooks», 1993.
- [11] Е.С. Полат, "Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учебное пособие для вузов", Москва, Академия, 2007.
- [12] И.В. Роберт, "Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования", Москва, Школа-Пресс, 1994.
- [13] Tim S. Roberts, "Online Collaborative Learning: Theory and Practice Central Queensland University", Australia Release Date, July, 2003.
- [14] В.П. Беспалько, "Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия)", Москва, Изд-во МПСИ, Воронеж, МОДЭК, 2002.
- [15] М.І. Жалдак, "Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим", *Информатика та інформаційні технології в навчальних закладах*, 1, С.10-18, 2013.
- [16] К.К. Колин, "Социальная информатика: Учебное пособие для вузов", Москва, 2003.
- [17] Е.И. Машбиц, "Психологические основы управления учебной деятельностью", Киев, Высшая школа, 1987.
- [18] И.В. Роберт, "Развитие информатизации образования на основе цифровых технологий: интеллектуализация процесса обучения, возможные негативные последствия", *Наука о человеке: гуманитарные исследования.*, № 4 (30), С.65-71, 2017.
- [19] В.А. Сластенин, Л.С. Подымова, "Педагогика: инновационная деятельность", Москва, Магистр, 1997.
- [20] М.Л. Смульсон, "Психология розвитку інтелекту", Київ, Нора-друк, 2003.
- [21] Н.Ф. Талызина, "Педагогическая психология: учеб. пособие", Москва, Академия, 288 с., 1998.
- [22] W. Blum, "ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document". *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 49-171, 2002.
- [23] M. Niss, W. Blum, "Galbraith, Introduction". In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*, New York: Springer, pp. 3-32, 2007.
- [24] G. Kaiser, B. Schwarz, N. Buchholtz, "Authentic modelling problems in mathematics education". In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, Dordrecht, Springer, pp. 591-601, 2011.
- [25] A. Bhattacharjee, "Social Science Research: Principles, Methods, and Practices", 2012.
- [26] P. Frejd, "Mathematical modelling as a professional activity: Lessons for the classroom". In G.A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications*, Cham: Springer, pp. 371-388, 2017.

- [27] Н. Г. Чикуров, “*Моделирование систем и процессов: Учебное пособие*”, ИЦ РИОР, НИЦ Инфра, М, 398 с., 2013.
- [28] А. А. Самарский, А. П. Михайлов, “*Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры*”, 2-е изд., испр., Москва, Физматлит, 320 с., 2001.
- [29] Е. С. Кубрякова, “*Краткий словарь когнитивных терминов*”, Москва, Филол. ф-т МГУ им. М.В. Ломоносова, С. 14-145, 1997.
- [30] А.П. Ершов, “*Компьютеризация школы и математическое образование. Избранные труды*”, Новосибирск, Наука, С. 18, 1994.
- [31] В.И. Арнольд, “*Математика и математическое образование в современном мире*”, *Математическое образование*, Вып.2, С.109-112, 1997.
- [32] О. Нрыбиук, “*Problems of Expert Evaluation in Terms of the use of Variative Models of a Computer-oriented Learning Environment of Mathematical and Natural Science Disciplines in Schools*”, *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie, Zeszyt Nr 79*, Poznań, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej WPP, s. 101-119, 2019.
- [33] О.О. Гриб'юк, “*Математичне моделювання при навчанні дисциплін математичного та хіміко-біологічного циклів: навчально-методичний посібник для учителів*”, Рівне, 207 с., 2010.
- [34] О.О. Гриб'юк, “*Дослідницьке навчання учнів предметів природничо-математичного циклу з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем. Монографія*”, Київ, НПУ імені М.П. Драгоманова, 848 с., 2019.
- [35] О. Нрыбиук, “*Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity*”, *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham Online, 2019,
- [36] О.О. Гриб'юк, “*Перспективи впровадження варіативних моделей комп'ютерно орієнтованого середовища навчання предметів природничо-математичного циклу у загальноосвітніх навчальних закладах України*”, *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна, Випуск 22: Дидактичні механізми дієвого формування компетентнісних якостей майбутніх фахівців фізико-технологічних спеціальностей*, Кам'янець-Подільський, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, С. 184-190, 2016.

Матеріал надійшов до редакції 09.09.2019р.

ВАРИАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Грибюк Елена Александровна

кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник

Институт информационных технологий и средств обучения НАПН Украины, г. Киев, Украина

ORCID ID 0000-0003-3402-0520

olenagrybyuk@gmail.com

Аннотация. Осуществлен обзор методологических положений моделирования в контексте теории познания. Особое внимание уделяется понятию аналогии, подчеркивается важность аналогии для моделирования, обобщения и абстрагирования, изоморфизма и гомоморфизма. Рассматриваются некоторые особенности моделирования, подчеркивается универсальность моделирования как исследовательского метода. Рассматриваются проблемы использования в математическом образовании экспериментальных исследований. Предлагается исследовательский метод в обучении математике учащихся школ. Исследовательские задачи рассматриваются как разновидность учебных задач для решения проблемных ситуаций, для решения которых необходимо экспериментирование с динамическими моделями математических объектов. Анализируется использование специальных математических пакетов и математических методов в поддержке обучения математике и для экспериментов в математической области, в том числе с использованием компьютерного моделирования. Предлагается классификация педагогических программных средств для развития творческого потенциала учащихся. Рассматривается методическая система исследовательского обучения математике как компьютерно ориентированная система обучения. Акцентируется внимание на возможностях использования системных

исследовательских приемов и методов обучения, вариативных дидактических конструктов с целью обучения математики. Рассматривается уровневая модель исследовательского обучения и классификация исследовательских задач. Предлагается возможность корректировки пользователем компьютерно ориентированной системы обучения и анализируются взаимосвязи модели с материальным и нематериальным видами прототипа. Рассматриваются особенности использования новых информационно-коммуникационных технологий. Предлагается уточнение определения понятия модели, уделяется внимание этапам построения модели, что способствует раскрытию содержания алгоритма моделирования. Рассматриваются возможности использования систем компьютерной математики в организации компьютерного исследования во время обучения математике на уроках и во внеурочное время. В исследовании формулируются задачи обобщения свойств, типов, задач и функций модели как универсального метода познания (параметричность, системность, информационность, образность, абстрактность, упрощенность), уточняется определение модели и конкретизируются свойства модели как гносеологического инструмента.

Ключевые слова: обучение математике; исследовательские задачи; компьютерный эксперимент; системы компьютерной математики; математическое моделирование; модель; вариативность.

THE VARIATIV MODEL FOR RESEARCH TRAINING FOR MATH STUDENTS USING COMPUTER-ORIENTED METHODOLOGICAL SYSTEM

Olena O. Hrybiuk

PhD of Pedagogical Sciences, Leading Researcher

Institute of Information Technologies and Learning Tools of the NAES of Ukraine, Kyiv, Ukraine

ORCID ID 0000-0003-3402-0520

olenagrybyuk@gmail.com

Abstract. The author examines methodological principles of simulation relating to the theory of knowledge. Special attention is paid to the concept of analogy as well as to its importance for simulation, synthesis and abstraction, isomorphism and homomorphism. The article considers some peculiarities of modeling and highlights the versatility of simulation as a research method. The article also outlines the need for experimental research as well as for the research method for teaching mathematics to school students. Research objectives are considered as a kind of learning tasks for problem situations solving, requiring the experimentation with dynamic models of mathematical objects. The author examines the use of special mathematical software and mathematical methods for teaching mathematics as well as for the experiments in mathematics, including computer modeling application. The classification of educational software for the development of students' creative potential is proposed. The paper considers method system of research training in mathematics as a computer-oriented training system. The author focuses on the possibilities of using systematic research techniques and teaching methods, variative didactic constructs for teaching mathematics. The level model of research training and the classification of research objectives are studied. We offer the possibility of adjustment to the user of the computer-oriented system of education. The relationship between the model, on the one hand, and material and non-material types of the prototype, on the other hand, is analysed. The features of new information and communication technologies application are discussed. The author clarifies the definition of the model. Attention is also paid to the model stages which facilitate the content of the simulation algorithm reveal. The article considers the possibility of using computer mathematics systems in computer studies while teaching mathematics in the classroom and in extracurricular time. In the study we formulate the objectives on the generalization of properties, types, tasks, and functions as a universal method of knowledge (parametricity, consistency, information, imagery, abstraction, simplification). The paper clarifies the definition of a model and specifies the properties of the model as an epistemological tool.

Keywords: teaching mathematics; research objectives; computer experiment; computer systems; mathematics; computer-oriented methodical systems for research training; mathematical modeling; model; formalization; similarity; analogy; the properties of the model.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] V.P. Bespalko, *Education and Learning Involving Computers (Pedagogy of the Third Millennium)*, Moscow, Moscow Publishing House of Psycho-Social Institute, Voronezh: MODEK, 2002 (in Russian).
- [2] V.Yu. Bykov, *Models of the Open Education Organizational Systems: Monograph*, Kyiv, Atika, 2008 (in Ukrainian).
- [3] V.M. Glushkov, *Basics of Paperless Computer Science*, Moscow, Nauka, 552 p., 1987 (in Russian).
- [4] A.P. Ershov, "Computerization of School and Mathematical Education", *Informatics and Education*, 5-6, pp. 3-12, 1992 (in Russian).
- [5] M.I. Zhaldak, *Mathematics with a Computer*, Kyiv, National Dragomanov Pedagogical University, 2016 (in English).
- [6] M.P. Lapchik, *Informatics and Information Technologies in the System of General and Pedagogical Education. Monograph*, Omsk, Omsk State Pedagogical University Publishing House, 1999 (in Russian).
- [7] E.I. Mashbits, *Psychological Foundations of Learning Activity Management*, Kyiv, Higher School, 1987 (in Russian).
- [8] N.N. Moiseev, *Time to Define National Goals*, Moscow, Publishing House of the International Independent University of Environmental and Political Sciences, pp. 172-173, 1997 (in Russian).
- [9] I.A. Novik, *Modern Tendencies in Conducting Research in the Theory and Methods of Teaching Natural Sciences (Mathematics, Physics, IT): A Manual*, Minsk, Belarus State Pedagogical University, 2005 (in Russian).
- [10] S. Papert, *Mindstorms. Children, Computers and Powerful Ideas*, Second Edition, NY, BasicBooks, 1993 (in English).
- [11] E.S. Polat, *Modern Pedagogical and Information Technologies in the Education System: A Textbook for Students of Higher Educational Institutions*, Moscow, Academy, 2007 (in Russian).
- [12] I.V. Robert, *Modern Information Technologies in Education: Didactic Problems; Perspectives of Usage*, Moscow, Shkola-Press, 1994 (in Russian).
- [13] T. S. Roberts, *Online Collaborative Learning: Theory and Practice Central Queensland University*, Australia Release Date, July, 2003 (in English).
- [14] V.P. Bespalko, *Pedagogy and advanced learning technologies*, Moscow: PRESS, 1995 (in Russian).
- [15] M.I. Zhaldak, "The use of computers in the educational process should be pedagogically balanced", *Informatics and Information Technologies at Schools*, 1, pp.10-18, 2013 (in Ukrainian).
- [16] K.K. Kolin, *Social Informatics: A Manual for Students*, Moscow, 2003 (in Russian).
- [17] E.I. Mashbits, *Psychology and pedagogical problems of a computerization of training*, Moscow, Pedagogy, 1988 (in Russian).
- [18] I.V. Robert, "Development of Informatization of Education on the basis of Digital Technologies: intellectualization of the learning process, possible negative consequences", *Human Science: Humanities*, № 4 (30), pp.65-71, 2017 (in Russian).
- [19] V.A. Slastenin, and L.S. Podymova, "Pedagogy: Innovative Activity", Moscow, Master, 1997 (in Russian).
- [20] M.L. Smulson, *Psychology of Intellect Development*, Kyiv, Nora-Druk, 2003 (in Ukrainian).
- [21] N.F. Talyzina, *Pedagogical Psychology: A Manual*, Moscow, Academy, 288 p., 1998 (in Russian).
- [22] W. Blum, "ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion document". *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), pp. 49-171, 2002 (in English).
- [23] M. Niss, and W. Blum, "Galbraith, Introduction". In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*, New York: Springer, pp. 3-32, 2007 (in English).
- [24] G. Kaiser, B. Schwarz, and N. Buchholtz, "Authentic Modelling Problems in Mathematics Education". In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, Dordrecht, Springer, pp. 591-601, 2011 (in English).
- [25] A. Bhattacharjee, *Social Science Research: Principles, Methods, and Practices*, 2012 (in English).
- [26] P. Frejd, "Mathematical Modelling as a Professional Activity: Lessons for the classroom". In G.A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications*, Cham: Springer, pp. 371-388, 2017 (in English).
- [27] N.G. Chikurov, *Modeling of Systems and Processes: A Manual*, IC RIOR, SIC Infra, M, 398 p., 2013 (in Russian).
- [28] A.A. Samarsky, and A.P. Mikhailov, *Mathematical Modeling: Ideas. Methods. Examples*, 2nd ed., Edited, Moscow, Fizmatlit, 320 p., 2001 (in Russian).
- [29] E.S. Kubryakova, *Short Dictionary of Cognitive Terms*, Moscow, Philological Faculty of Lomonosov Moscow State University, P. 14-145, 1997 (in Russian).

- [30] A.P. Ershov, *Computerization of School and Mathematical Education. Selected works*, Novosibirsk, Nauka, p. 18, 1994 (in Russian).
- [31] V.I. Arnold, *Mathematics and Mathematical Education in the Modern World, Mathematical Education*, Issue 2, pp.109-112, 1997 (in Russian).
- [32] O. Hrybiuk, "Problems of Expert Evaluation in Terms of the use of Variative Models of a Computer-oriented Learning Environment of Mathematical and Natural Science Disciplines in Schools", *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, Zeszyt Nr 79, Poznań, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej WPP, s. 101-119, 2019 (in English).
- [33] O.O. Hrybiuk, *Mathematical Modeling in the Teaching of the Disciplines of Mathematical and Chemical-Biological Cycles: A Manual for Teachers*, Rivne: RSGU, 207 p., 2010 (in Ukrainian).
- [34] O.O. Hrybiuk, *Research Studying of Students of the Subjects of the Natural and Mathematical Cycle Using Computer-Oriented Methodological Systems. Monograph*, Kyiv: Drahomanov NPU, 848 p., 2019 (in Ukrainian).
- [35] O. Hrybiuk, "Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity", *Advances in Manufacturing II. MANUFACTURING 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*, Springer, Cham Online, 2019 (in English).
- [36] O.O. Hrybiuk, "Prospects of Introduction of Variational Models of Computer-Oriented Environment for Teaching Subjects of the Natural and Mathematical Cycle in Secondary Schools of Ukraine", *The Collection of scientific works of Kamyanets-Podilskyi Ivan Ogienko National University. Pedagogical Series, Issue 22: Didactic mechanisms of effective formation of competence qualities of future specialists of physical and technological specialties*, Kamyanets-Podilskyi, Kamyanets-Podilskyi Ivan Ogienko National University, pp. 184-190, 2016 (in Ukrainian).

