УДК 378:147:004:514

Ленчук Іван Григорович

кандидат технічних наук, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри та геометрії
Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир, Україна
ORCID ID 0000-0003-1923-9540
lench456@gmail.com

Щехорський Анатолій Йосипович

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир, Україна
ORCID ID 0000-0001-8728-6096
shaianatoliy@gmail.com

МЕТОДОЛОГІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕРІЗУ ПІРАМІДИ У ПРОГРАМНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Анотація. порушено проблему недостатньо розвинених у майбутніх учителів інформатики компетентностей з питань теорії та практики евклідової геометрії. Вивчення дисциплін програми актуалізується в статті з допомогою інноваційних освітніх інформаційно-комунікаційних технологій, у творчо-розвивальному, економному в часі візуальному демонструванні перетворювальних операцій із стереометричними фігурами та їх елементами. Запропонована методологія передбачає розробку алгоритмічних схем і програмного забезпечення графічного (графоаналітичного) вирішення стереометричних задач конструктивним методом на основі сучасних комп'ютерних технологій. Динамічні характеристики та властиві конструктивні можливості обраних у дослідженні програмно-педагогічних засобів гарантують високоточне візуальне відображення розумових уявлень логічних операцій з фігурами евклідової геометрії. Що стосується обчислювальних стереометричних задач, то переважна більшість програм візуалізації не може задовольнити алгоритмізований процес швидкого і результативного їх розв'язання без перезавантаження даних у роботі програми. Процес повинен йти, як це прийнято на уроках геометрії, за схемою – вхідні дані, результат. Неперервність процесу вирішення стереометричних задач, як показано в статті, забезпечується програмним середовищем комп'ютерної алгебри Mathcad Pro. На відміну від інших комп'ютерних засобів, обране програмне середовище з графічними редакторами, редакторами формул та тексту допускає безперервну побудову зображень багатокутних пірамід, перерізів і обчислення їх площ, побудову розгортки пірамід, бічної та повної поверхні зрізаних пірамід. На основі відомої процедури побудови багатокутної піраміди в Mathcad Pro, автори статті пропонують напрацьовані процедури побудови її елементів. Програмні коди для побудови елементів піраміди та її перерізів написані простою алгоритмічною мовою. Намічено шляхи і засоби інтерактивного методу роботи в навчанні інформатики й геометрії, характерними ознаками якого є отримання студентами змістових предметних знань, самопізнання і пізнання власної діяльності.

Ключові слова: проблеми інформатики; інформаційні освітні технології; стереометрія; конструктивний метод; моделювання; комп'ютерна алгебра.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. У ЗВО України на спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) навчальною програмою передбачено вивчення дисципліни «Проблеми сучасної інформатики» (за вибором університету чи за вільним вибором студентів). У викладача одним із перших постає природне запитання: на яких прикладах інтенсифікувати навчання студентів з таких дисциплін програми, як-от: «Алгоритми та структури даних», «Програмування», «Основи комп'ютерної графіки», «Методи оптимізації та дослідження операцій» тощо? Оскільки не секрет, що будь-яку теорію,

особливо інформативного змісту, найліпше закріплювати вирішення конкретних пропозицій практико-математичного (прикладного) характеру. В евклідовій геометрії такими є, зокрема, конструктивні (побудовні) задачі.

«Інформатика», як і деякі інші дисципліни, перебуває у стані формування та розвитку, має чимало проблем: загальнодержавних, філософських, гносеологічних, суто наукових, науково-методологічних [1] – [3], а також проблем впровадження ІКТ в освіту [1], [4] – [7]. Окремо в підручниках, посібниках і фахових статтях піднімаються проблеми методики навчання інформатики [8] – [10]. Проте, на наш погляд, у методичних джерелах не приділяється належна увага проблемі досконалого володіння майбутніми вчителями інформатики курсами алгебри та евклідової геометрії. З усіх предметів ЗЗСО інформатика найбільше пов'язана з математикою. На зазначеній вище спеціальності, згідно із нормативною частиною, вивчається лише курс вищої «Алгебри та геометрії» у стислому об'ємі – 46 годин лекцій і 82 години практичних занять. Про шкільний курс евклідової геометрії у програмі в жодному разі не йдеться. В такій ситуації ми пропонуємо в навчальні програми вказаної спеціальності ввести варіативною частиною дисципліну «Конструктивна геометрія» (за самостійним вибором університету) або ж, щонайменше, – вважати її складовою базової дисципліни із помітним збільшенням годинного навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Прикладом презентації ефективного, доступного, мало затратного в часі комп'ютерного відтворення покрокових алгоритмів розв'язувань задач планіметрії методами конструктивізму може бути, приміром, праця [11], в якій динамічне геометричне середовище GeoGebra, його конструктивні можливості та закладені розробником характеристики забезпечують досить високу якість екранного представлення питань моделювання зображувальних планіметричних ситуацій, зокрема наочно-образне виконання та покрокову візуалізацію важливих у таких задачах етапів «аналіз» і «побудова».

Усім нібито відомо, що геометрія формує в учня життєво важливі компетентності: «... викладання геометрії включає три тісно пов'язані, але поряд із тим і протилежні елементи: *логіку, наочне уявлення, застосування до реальних речей*. Цей «трикутник» складає... душу викладання геометрії» [12, с. 57]. Указані якості особистості ефективно розвиватимуться лише за умов, коли в ЗВО по справжньому навчатимуть методам конструктивізму, візуалізації й унаочненню пропозицій геометрії з використанням ІКТ, а першій із наук та інформатиці будуть відведені пріоритетні місця [8] – [11], [13] – [18].

Теоретичні та практичні засади стереометричного конструктивізму детально розкриті в авторському посібнику (із грифом МОН України) [19]. А саме, подається інноваційний підхід до формування знань, умінь і практичних навичок у побудові правильних, наочних, простих у побудові зображень стереометричних фігур та їх усіх можливих комбінацій. Обґрунтовано закономірності кваліфікованого розв'язування методами конструктивізму позиційних і метричних задач різного характеру. Наочно-образне мислення, «бачення розумом» зв'язків між елементами тіл і їх взаємних виражень, доречне залучення до уявлюваних операцій динамічних просторових перетворень, кваліфікована візуалізація алгоритмічних (блок) схем складають підвалини достовірних евристичних приписів у творчому оволодінні зображувальним мистецтвом евклідової стереометрії, зокрема засобами інформатики та освітніх технологій (ОТ).

Науково повній розробці нових методик і комп'ютерних технологій навчання, вирішенню проблем та завдань інформатизації освіти, практичному впровадженню ІКТ в закладах освіти України присвячені дослідження вітчизняних вчених: Бикова В. Ю., Жалдака М. І., Морзе Н. В., Ракова С. А., Рамського Ю. С., Семерікова С. О., Співаковського О. В., Спіріна О. М., Триуса Ю. В. та ін. Зокрема, в роботі [7, с. 28] зазначається, що «Нині під впливом новітніх інформаційних технологій відбуваються

процеси цифрової трансформації суспільного розвитку настільки фундаментальні й глобальні, що, крім позитивного впливу, закономірно несуть з собою серйозні проблеми, загрози і ризики в разі недооцінки нових факторів і умов».

У середовищі відомих ППЗ, що мають інтегрований характер і призначені для ефективного застосування при опануванні математичних дисциплін та придатні для демонстрації процесу розв'язування конструктивними методами геометричних задач, вирізняють: GRAN-2D, GRAN-3D, Derive, DG, GeoGebra, SciDAVis Cabri-3D і т. ін. Стосовно практично орієнтованих задач стереометрії обчислювального характеру, з використанням результатів конструктивних методів, доцільно застосовувати програми комп'ютерної математики: MATHCAD PRO, MAPLE, MATHEMATICA, SAGE.

Прогрес в інформативно-геометричній освіті залежить, значною мірою, від рівня її поміркованої та професійної комп'ютеризації. Ми, в якості робочого інструменту, обираємо одну із систем комп'ютерної математики Mathcad Pro [20] – [22]. У ній розробниками закладено екранізацію більшості найпростіших і основних побудов, а можливість збереження взаємозв'язків між задіяними об'єктами дозволяє, згідно з вимогами моделювання, деталізовано прослідковувати шлях поетапного вирішення пропозиції, демонструвати динаміку зображувальної візуалізації навчальної моделі. Доступність ППЗ Mathcad Pro в створенні макроконструкцій у формі сукупності пов'язаних між собою об'єктів базових типів, що використовуються для якомога більш простого задавання комбінацій фігур у геометрії та якими часто доводиться оперувати, є його пріоритетом.

Зважене застосування ІКТ у викладанні різних дисциплін – незамінний атрибут прогресивного навчання. Ми певні, що найбільш показово і результативно інноваційні інформаційні ОТ можна впроваджувати в математиці, й першочергово в геометрії.

Мета дослідження. Шляхом ефективного застосування сучасних інформаційних ОТ (програмного забезпечення Mathcad Pro), використовуючи в обчислювальних задачах стереометрії, розв'язуваних графічно (графоаналітично), творчо-розвивальний, візуалізований мультимедіа-технологіями зображувально-побудовний спосіб подання операцій з фігурами, розробити інтерактивний у викладанні та навчанні інформатичним дисциплінам (зокрема дисципліни «Проблеми сучасної інформатики») метод роботи зі студентами, демонструючи тісний зв'язок інформатики з евклідовою геометрією.

Ставимо завдання напрацювання технології активної взаємодії всіх учасників освітнього процесу, зокрема, із застосуванням діяльнісного конструктивно-генетичного методу в стереометричних задачах через їх покрокову алгоритмізацію, програмування і комп'ютерну екранізацію [23].

Математичному конструктивізму притаманний практицизм. У навчанні майбутніх учителів – «...це напрям у математиці та побудовані на його основі математичні теорії (конструктивні логіка та теорія множин, аналіз, арифметика тощо). За його канонами, основним у побудові математичних теорій є конструктивно-генетичний метод, згідно якому будь-який математичний об'єкт і будь-яке твердження про нього повинні бути результатом діяльності мислення з побудови більш складних конструкцій із простих, за визначеними простими й такими, що легко контролюються правилами побудови – алгоритмами, які дозволяють з допомогою скінченного числа кроків, скінченного числа операцій за скінчений час однозначно одержати результуючу конструкцію» [11, с. 90].

2. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для реалізації мети даного дослідження, здійснено ретельний аналіз ситуації, що склалася з використанням ІКТ і відомих засобів навчання геометрії, опрацьовано наявні наукові та навчально-методичні джерела. Ми познайомилися з працями колег, провідних

учених, вивчили їх досвід й узагальнили та скорегували власний (див. [1] – [23]). Щодо прикладних (практичних) аспектів стереометричних задач на обчислення, ретельно виконали пошук і раціональний вибір доступного ППЗ, а провівши у групах, в яких навчаються студенти вказаної спеціальності, лекційні та лабораторні заняття на теми комп'ютерного моделювання об'єктів стереометрії, переконалися в його ефективності.

1. Конструктивно-геометрична модель задачі

Упровадження в евклідовій стереометрії інформаційних ОТ спонукає викладача дисциплін «Геометрія» та «Проблеми сучасної інформатики» звернутися до розгляду і вирішення конкретних пропозицій, що підлягають алгоритмізації, з подальшою їх комп'ютерною візуалізацією і комп'ютерним розв'язуванням поставлених задач. Як це зробити засобами стереометрії? Обґрунтовуємо прикладом [19, с. 160-162].

Рис. 1. Переріз піраміди

Рис. 2. Натуральна величина перерізу

Задача. Основою піраміди $SABCD$ є ромб $ABCD$, в якому $AC = a$, $BD = b$. Бічне ребро SA перпендикулярне площині основи і $SA : AC = 2\sqrt{2} : 1$. Через точку A і середину ребра SC проведено площину Σ , паралельну діагоналі BD . 1). Побудуйте переріз піраміди площиною Σ . 2). Обґрунтуйте форму фігури перерізу. 3). Знайдіть площу фігури перерізу обчислювально та побудовно. Оцініть точність графічних операцій. 4). Побудуйте розгортку зрізаної піраміди, склейте модель (рис. 1).

Формально-аналітичний шлях розв'язання даної задачі за відомою формулою площі дельтоїда (п/п. 1, 2 і 3), у вигляді покрокового алгоритму (алгоритмічної схеми, складеної аналітичним методом міркувань), чітко виписано в тексті статті [18, с. 7, 8].

Так, залишається змоделювати графоаналітичний спосіб розв'язання цієї ж задачі, тобто знайти площу дельтоїда перерізу побудовно (рисунково), оцінити точність виконаних графічних операцій і обґрунтувати процес розгортання зрізаної піраміди (п/п. 3, 4).

Уявимо собі, що піраміду $SABCD$ ми тримаємо в руках і рухаючись у просторі «кладемо» її діагоналлю $AC \equiv A'C'$ на площину зображень (рис. 2).

Для визначеності, прийемо довжину відрізків

$A'C' = a = 4$ од. м. і $B'D' = b = \frac{3a}{4} = 3$ од. м. Узявши до

уваги, що трикутник $S'A'C'$ прямокутний, а катет $S'A'$ в оригіналі дорівнює $2\sqrt{2}a$, сумістимо його (т. S') із картинною площиною обертанням навколо прямої нульового рівня $A'C'$, а на гіпотенузі $S'C'$ вирізимо точку M' як її середину. Тоді $A'M'$ буде більшою із двох діагоналей дельтоїда $A'P'M'N'$, а Q' у перетині $A'M'$ з медіаною $S'O'$ трикутника $S'A'C'$ – точкою перетину діагоналей. Оскільки $P'N' = \frac{2}{3}b = 2$ од. м., то на прямій,

яка містить точку Q' і перпендикулярна $A'M'$, в обидва

боки відкладемо по 1 од. м. Матимемо зображення двох інших вершин P' і N' дельтоїда, тепер зображеного в натуральну величину із обраною одиницею масштабу.

Оригінальну довжину відрізка $P'N'$ можна також отримати суто графічно, якщо за розмірами, акуратно вилученими з рисунка 2, ще й сумістити із площиною зображень

рівнобедрений трикутник $S'B'D'$ – з основою $B'D' = \frac{3a}{4}$ і висотою $S'O'$, адже відомо, що

$$S'Q' = \frac{2}{3} S'O', \text{ а } P'N' \parallel B'D'.$$

За умови, що $b = \frac{3a}{4}$ і за знайомою формулою, матимемо: $S^* = \frac{ab}{2} = \frac{3a^2}{8}$ (мм²).

Так знайдену площу фігури перерізу приймаємо за істинну (оригінальну).

Підставивши в ту саму формулу $S_p = \frac{1}{2} A'M' \cdot P'N'$ зняті з рисунка довжини двох відрізків $A'M'$ і $P'N'$, отримаємо значення графічно зображеної площі дельтоїда.

Відомим прийомом знаходимо абсолютну та відносну похибки конструктивних операцій. Щоб оцінити за рисунком 2 точність графічних операцій, слід заміряти на ньому довжини (приміром, у міліметрах) трьох відрізків: $A'C' = a$, $A'M'$ і $P'N'$.

Наші заміри лінійкою (з точністю до 0,5 мм) такі: $A'C' = 31,5$ мм, $A'M' = 47$ мм, $P'N' = 16$ мм. Отже, $S^* = 372,1$ мм², $S_p = 376$ мм², $\Delta S = 3,9$ мм², а відносна похибка складає 1,048 %.

Побудову розгортки зрізаної піраміди здійснюємо методом триангуляції. Для цього достатньо безпосередньо з рисунка зняти оригінальні розміри: діагоналей основи

піраміди $SABCD$ $A'C' = a$, $B'D' = \frac{3a}{4}$; сторін чотирикутника перерізу $A'P'M'N'$; ребра

$M'C' = \frac{1}{2} S'C'$. Змодельовавши рівнобедрений трикутник $S'B'D'$ (як описано вище),

матимемо в оригіналі довжину двох інших бічних ребер зрізаної піраміди $P'B' = N'D'$.

Процес побудови розгортки обґрунтовано в деталях, а якісне склеювання моделі (реальне моделювання) – справа вміння і навичок виконавця.

Розв'язання задачі в суто конструктивному представленні завершено.

2. Модель комп'ютерної покрокової візуалізації розв'язування задачі

У багатьох програмних середовищах спочатку іде завантаження вхідних даних програм формульного редактора, а потім – графічного редактора, точніше параметрів його процедури. Ефективний шлях розв'язання задачі на обчислення із комп'ютерною покроковою візуалізацією її алгоритму вимагає обирати мультимедійний простір або ж програмне середовище (інтерактивний спосіб дій), що дозволило б отримати поєднання програми формульних розрахунків параметрів піраміди з програмами графічної візуалізації побудов зображень піраміди, відповідного (заданого умовою) перерізу (багатокутника) та повної розгортки зрізаної піраміди і в такий спосіб створити цілісний інформаційний документ, який відповідав би прийнятій методиці побудови геометричної моделі. Аналіз літературних джерел показав, що як у мультимедійному просторі, так і в програмному середовищі можна мати код реалізації кожної із вказаних програм окремо. Ми ставили завдання для задач обчислювального характеру отримати єдиний код реалізації вказаних програм, тобто забезпечити цілісне, неперервне

комп'ютерне розв'язання стереометричної задачі. Дослідження, проведені авторами в мультимедійному просторі й у програмних середовищах, виявили відсутність такого коду. Як з'ясувалося, створення коду цілісної програми можливе у програмному середовищі Mathcad Pro. Представляємо його.

2.1. Побудова піраміди та її перерізу площиною

Стереометрична задача на обчислення потребує наочного представлення певних геометричних об'єктів. У даному випадку – це зображення піраміди та її перерізу. Побудова багатокутної піраміди в представленні мультимедіа виконується у стандартному порядку викладення навчального матеріалу. В програмному середовищі побудова здійснюється за відповідними процедурами або за написаними кодами програм. Візуалізація для чотирикутної піраміди в Mathcad Pro здійснюється за процедурою матриці $T_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ (рис.1, 2) розміру 3×8 , складеної з координат вершин такої піраміди.

У мультимедіа покрокову візуалізацію побудови перерізу багатогранника і, зокрема, піраміди площиною можна здійснити за відомим методами: внутрішнього паралельного (центрального) проєкціювання, слідів або ж комбінованим методом. За цими методами в мультимедійному просторі є можливість візуально прослідкувати весь процес побудови перерізу (сторін багатокутника перерізу). За рахунок виваженого компонування окремих модулів, меншу тривалість часу побудови перерізу піраміди можлива у відомих динамічних середовищах (GRAN-3D, Derive, DG, GeoGebra та ін.). Аналізуючи, ми переконалися, що у програмних середовищах, як правило, візуалізація перерізу піраміди може відбутися за написаним кодом програми конкретного виду. Бажано мати єдину програму візуалізації перерізу незалежно від його виду. Для задач обчислювального характеру переріз потрібно будувати за координатами його вершин. Якщо в умові задачі задані тільки елементи багатокутника перерізу, то потрібно писати код програми переходу до координат його вершин. У середовищі мультимедіа побудова багатокутника перерізу відбувається за відсутності координат його вершин. У підсумку зауважимо, що єдина програма побудови будь-якого перерізу багатокутної піраміди відсутня.

В Mathcad Pro процедура T_0 дає можливість не тільки побудови піраміди, але й, за представленням авторів, можливість її розбивки на ряд процедур, кожна з яких будує сторону багатокутника перерізу, що є елементом перерізу чи деяким елементом піраміди:

Tut₁ – сторони NM і ON дельтоїда;

Tut₂ – велика діагональ AM дельтоїда;

Tut₃ – сторони PM і OP дельтоїда;

Tut₄ – мала діагональ PN дельтоїда;

Tut₅ – мала діагональ AC ромба;

Tut₆ – відрізок, який з'єднує вершину піраміди S з точкою O перетину діагоналей ромба.

Розбиття заданої процедури T_0 на ряд окремих процедур вдалось отримати шляхом знайденого авторами алгоритму обходу вершин піраміди. Зокрема, процедура $T_{го}$ (рис. 3) встановлює побудову відразу двох суміжних сторін дельтоїда перерізу. Зауважимо, що в сучасній літературі по Mathcad Pro [20] – [22] побудова перерізу, точніше окремої сторони багатокутника перерізу, бачиться візуально як результат перетину двох площин – грані піраміди з площиною перерізу, що в підсумку є наочно громіздким представленням і схожий підхід не можна вважати цілісною програмою побудови перерізу піраміди.

Отже, представлена авторами програма дозволяє отримати цілісний результат перерізу чотирикутної піраміди (багатокутник перерізу) на основі готового результату послідовної побудови кожної сторони такого багатокутника і додаткових елементів піраміди (рис.4). Дані процедур дозволяють у навчальному процесі наочно обґрунтувати тільки форму фігури перерізу (дельтоїд), що достатньо для задач обчислювального характеру. Нажаль, у плані наочності формат в Mathcad Pro не допускає поіменного відображення вершин піраміди та її перерізу.

T_0, Tr_0, Tut_1

Рис. 3 Візуалізація побудови піраміди і двох суміжних сторін дельтоїда

$T_0, Tut_1, Tr_0, Tut_2, Tut_3, Tut_4, Tut_5, Tut_6$

Рис. 4. Візуалізація побудови піраміди, її допоміжних елементів і дельтоїда перерізу

2.1.1. Програмний код побудови перерізу піраміди

Велика_діагональ_ромба: = 4 Мала_діагональ_ромба: = 3

Висота піраміди: = $8\sqrt{2}$ а:= Велика_діагональ_ромба

b:= Мала_діагональ_ромба c0:= Висота_піраміди

$$\begin{aligned}
& \text{Сторона_ромба} := \sqrt{\frac{a^2+b^2}{4}} \quad a0 := \text{Сторона_ромба} \quad b0 := a0 \\
& x_0 := \begin{pmatrix} 0 & a_0 & a_0 & 0 & 0 & a_0 & a_0 & 0 \end{pmatrix} \quad x_1 := \begin{pmatrix} 0 & a_0 & 0 & 0 & 0 & a_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad y_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 \end{pmatrix} \\
& y_1 := \begin{pmatrix} 0 & b_0 & b_0 & 0 & 0 & b_0 & b_0 & 0 \end{pmatrix} \quad z_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_0 & 0 & 0 & c_0 \end{pmatrix} \quad z_1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_0 & 0 & 0 & c_0 \end{pmatrix} \\
& x_1 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_0^2}{3} & \frac{a_0}{2} \end{pmatrix} \quad x_2 := \begin{pmatrix} \frac{a_0^2}{3} & \frac{a_0}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad x_3 := \begin{pmatrix} \frac{a_0}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
& x_4 := \begin{pmatrix} \frac{a_0^2}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad x_5 := \begin{pmatrix} 0 & a_0 & 0 \end{pmatrix} \quad x_6 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_0}{2} & 0 \end{pmatrix} \\
& y_1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{b_0}{2} \end{pmatrix} \quad y_2 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{b_0}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad y_3 := \begin{pmatrix} \frac{b_0}{2} & \frac{b_0}{3} & 0 \end{pmatrix} \\
& y_4 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_0^2}{3} & 0 \end{pmatrix} \quad y_5 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_0 \end{pmatrix} \quad y_6 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{b_0}{2} & 0 \end{pmatrix} \\
& z_1 := \begin{pmatrix} \frac{c_0}{3} & \frac{c_0}{3} & 0 \end{pmatrix} \quad z_2 := \begin{pmatrix} \frac{c_0}{3} & \frac{c_0}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad z_3 := \begin{pmatrix} \frac{c_0}{2} & \frac{c_0}{3} & 0 \end{pmatrix} \\
& z_4 := \begin{pmatrix} \frac{c_0}{3} & \frac{c_0}{3} & 0 \end{pmatrix} \quad z_5 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad z_6 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_0 \end{pmatrix} \\
& T_0 := \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \end{pmatrix}^T \quad Tut_1 := \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \end{pmatrix}^T \quad Tut_2 := \begin{pmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix}^T \\
& Tut_3 := \begin{pmatrix} x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}^T \quad Tut_4 := \begin{pmatrix} x_4 & y_4 & z_4 \end{pmatrix}^T \quad Tut_5 := \begin{pmatrix} x_5 & y_5 & z_5 \end{pmatrix}^T
\end{aligned}$$

Завдячуючи наявності у програмному середовищі Mathcad Pro ядра символної математики, формульний редактор Mathcad Pro дозволяє представити аналітичний розв'язок поставленої задачі. Для знаходження координат вершин зрізаної піраміди подаємо програму визначення довжин ребер і числових значень деяких її елементів.

2.1.2. Програмний код визначення довжин ребер і основних елементів піраміди

$$\begin{aligned}
& AC := a \quad BD := b \quad SA := c_0 \quad AD := a_0 \quad DC := a_0 \quad AB := a_0 \quad BC := a_0 \\
& SC := \sqrt{SA^2 + AC^2} \quad AN := \frac{1}{2} SC \quad SD := \sqrt{AD^2 + SA^2} \quad ND := \frac{1}{4} SD \quad MD := \sqrt{\frac{1}{2}(SD^2 + DC^2)} \\
& PN := \frac{2}{3} BD \quad BS := SD \quad OM := \frac{1}{6} SC \quad ON := \frac{1}{6} BD \quad NM := \sqrt{OM^2 + ON^2} \quad NP := NM \quad PB := ND \\
& AP := \sqrt{4AD^2 + SA^2} \quad MC := \frac{1}{2} SC \quad AN := AP \quad NC := \sqrt{\frac{1}{2} SC^2 + 2NM^2 - \frac{4}{9} SD^2} \quad SP := \frac{2}{3} BS \\
& BM := \sqrt{\frac{1}{2}(BS^2 + BC^2) - \frac{1}{4} SC^2} \quad BC := \sqrt{2MP^2 + \frac{1}{2} SC^2 - \frac{4}{9} SP^2}
\end{aligned}$$

Відшукування координат вершин зрізаної піраміди у 2D-просторі, необхідне для побудови програми розгортки і реалізації процесу розгортання, відбувається на основі обрахунку довжин її ребер.

2.1.3. Програмний код знаходження координат вершин зрізаної піраміди у площині її розгортки

Враховуючи специфіку самої піраміди та її розташування відносно системи координат, код програми знаходження координат вершин $N(X_1, Y_1)$ і $D(X_2, Y_2)$ (див. рис.1) впливає із властивостей піраміди:

$$X_1 := \frac{2}{3}AD \quad Y_1 := \frac{1}{2}SA$$

Програма знаходження координат решти точок $M(X_3, Y_3)$, $C(X_4, Y_4)$, $B(X_5, Y_5)$, $P(X_6, Y_6)$, $A(X_7, Y_7)$ на площині розгортки, реалізовується у процесі побудови за методом триангуляції бічної поверхні піраміди. Наприклад, координати точки $M(X_3, Y_3)$ можуть бути знайдені, якщо відомі координати точок N і D , а також довжини сторін трикутника NMD , за такими операціями:

$$\begin{aligned} r_1 &:= NM \quad A := 2(X_1 - Y_1) \quad B := 2(Y_1 - Y_2) \quad C := (X_1 - X_2) + (Y_1 - Y_2)^2 - r_1^2 + r_2^2 \\ X_2 &:= X_1 + \frac{-AC + \sqrt{A^2C^2 - (A^2 + B^2)(C^2 - r_1^2B^2)}}{A^2 + B^2} \quad Y_2 := \sqrt{r_1^2 - (X_2 - X_1)^2 + Y_1^2} \\ X_3 &:= 1.891 \quad Y_3 := 5.821 \end{aligned}$$

З метою відшукування місця розташування решти точок – вершин зрізаної піраміди на картинній площині розгортки, рекомендується для отримання їх координат виписати аналогічні програми.

2.1.4. Програмний код рівнянь відрізків (сторін) розгортки бічної поверхні зрізаної піраміди та її основ

Наведемо приклад програм рівнянь відрізків AN і ND у площині розгортки:

$$\begin{aligned} f_1(x) &:= \begin{cases} \frac{Y_1}{X_1}x & \text{if } 0 \leq x \leq X_1 \\ \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}(x - X_1) + Y_1 & \text{if } X_1 \leq x \leq X_2 \end{cases} \\ f_2(x) &:= \begin{cases} \frac{Y_1 - Y_3}{X_1 - X_3}(x - X_1) + Y_1 & \text{if } X_1 \leq x \leq X_3 \\ 0 & \text{if } X_1 \geq x \wedge x \geq X_3 \end{cases} \end{aligned}$$

Програми рівнянь відрізків NM , DC , MC , MP , PB , CB , AP , AB за структурою такі ж, як і програма рівняння відрізка ND . Окрему структуру мають програми сторін основи піраміди (ромба) $f_{13}(x)$, $f_{14}(x)$, $f_{15}(x)$.

$$f_{13}(x) := \begin{cases} \frac{ab}{\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2}}x & \text{if } -\left(\frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2}\right) < x < 0 \\ \frac{ab}{\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2}}(x - a_0) & \text{if } a_0 - \frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2} < x \wedge x < a_0 \end{cases}$$

$$f_{14}(x) := \begin{cases} -\frac{ab}{2a_0}x & \text{if } -\frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2} < x < a_0 - \frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2} \\ 0 & \text{if } \frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2} > x \wedge x > a_0 - \frac{1}{2a_0}\sqrt{4a_0^4 - a^2b^2} \end{cases}$$

$$f_{14}(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 < x < 40 \\ 0 & \text{if } x < 0 \vee x > 40 \end{cases}$$

2.1.5. Візуалізація (комп'ютерна побудова) повної розгортки зрізаної піраміди

На основі програм рівнянь відрізків ребер зрізаної піраміди реалізовується програма комп'ютерної побудови повної розгортки зрізаної піраміди (рис. 5).

Рис.5. Візуалізація побудови повної розгортки зрізаної піраміди

Формат наведеної формалізації розгортки може бути удосконалений шляхом виокремлення зображень відрізків ребер зрізаної піраміди згідно з вимогами стандартів, а також ідентифікації її вершин. Крім того, візуалізація повної розгортки зрізаної піраміди дає можливість звести програми рівнянь відрізків до меншого числа програм, замінивши їх програмами рівнянь відповідних ламаних ліній. Спрощенню підлягають і програми знаходження координат вершин зрізаної піраміди. Перелік заходів з удосконалення програм у середовищі Mathcad Pro реально здійснений.

Покрокова комп'ютерна візуалізація кожної грані розгортки зрізаної піраміди може бути реалізована в мультимедійному і програмному просторі. Що стосується цілісних комп'ютерних програм візуалізації розгортки зрізаної піраміди, то вони

відсутні. Їх відсутність пояснюється, зокрема, тією обставиною, що в багатьох програмних середовищах структура процедури (plot) графічного редактора, як відомо, складається із поіменного списку графіків і граничних числових значень параметрів горизонтальної осі. У програмному середовищі Mathcad Pro імена графіків, навіть код програми (функції), заносяться в мітки вертикальної осі безпосередньо, а в мітках горизонтальної осі – тільки імена границь діапазону значень вхідних даних параметрів графічного редактора програми. Крім того, що важливо, форматування графіка відбувається автоматично (за замовчуванням) і не потребує щоразу задавати значення границь діапазону незалежної змінної горизонтальної осі. Ця особливість та функціонування графічного редактора в коді всієї програми забезпечує комп'ютерний розв'язок стереометричної задачі в один «клік».

2.2. Комп'ютерний розрахунок площі дельтоїда

Завершальна операція виконується за таким програмним кодом:

$$S_{APMN} = \frac{1}{2} AM \cdot PN \quad S_{APMN} = 6 \text{ (кв. од. м.)}$$

У підсумку другого розділу дослідження окремо зауважимо, що ми вважаємо за доцільне розробити комп'ютерну програму візуалізації графоаналітичного розв'язання задачі в різних програмних середовищах, оптимізувати обмеження вхідних параметрів програми, за яких комп'ютерне розв'язування такого типу задач у принципі можливе. Загалом, ґрунтовне ознайомлення з класичними мовами програмування дозволяє удосконалювати програму в системах більш високого рівня, а порівняльний аналіз із програмами середовища Mathcad Pro, – обирати кращий із варіантів моделювання та екранізації пропозицій геометричного змісту.

Пріоритетність створення даної ІКТ у середовищі Mathcad Pro комп'ютерного покрокового побудовного процесу зображувального розгортання зрізаної піраміди, на чому ми вже наголошували і що важливо (інноваційно), полягає в суміщенні програм формульного та графічних редакторів перерізу і розгортки. Таке суміщення й використання указаних програм редакторів із текстовим редактором дозволяє подавати процес моделювання подібних задач евклідової стереометрії документом прийнятого зразка в оформленні шляху їх розв'язання.

Наводимо приклади (умови) схожих стереометричних задач із багатогранниками, що програмуються і розв'язуються в середовищі Mathcad Pro.

Задача № 1. Правильну чотирикутну піраміду зі стороною основи a і висотою $1,5a$ перетнули площиною, яка проходить через вершину основи перпендикулярно до протилежного бічного ребра. 1) Побудуйте переріз піраміди площиною. 2) З'ясуйте форму і обчисліть площу фігури перерізу обчислювально та графічно. 3) Оцініть точність графічних операцій. 4) Побудуйте розгортку зрізаної піраміди.

Задача № 2. Правильна трикутна піраміда з висотою h перетнута площиною, що проходить через вершину основи піраміди і перпендикулярна протилежній бічній грані. Нахил площини перерізу до площини основи дорівнює 30° . 1) Побудуйте переріз піраміди даною площиною і обґрунтуйте його форму. 2) Знайдіть площу фігури перерізу обчислювально і побудовно, оцініть точність конструктивних операцій. 3) Побудуйте розгортку зрізаної піраміди й частини піраміди, яка прилягає до вершини і має в основі заданий переріз.

Задача № 3. Сторона основи правильної трикутної піраміди рівна a , а площа її перерізу, що має форму квадрата, рівна m^2 . 1) Знайдіть відношення бічної поверхні піраміди до площі основи. 2) На правильному і наочному зображенні піраміди $SABC$

побудуйте її переріз у формі квадрата. 3) Розгорніть на картинну площину поверхню піраміди, нанесіть на розгортку лінію перерізу. 4) Оцініть точність конструктивних операцій у питанні відношення бічної поверхні піраміди до площі основи.

Задача № 4. В основі прямої призми лежить трикутник зі сторонами 6, 8 і 10 см. Плоский переріз призми відтинає від бічних ребер, які проходять через вершини більшого і середнього кутів основи, відрізки, рівні 12 см кожний, та нахилений до площини основи під кутом α ($\cos \alpha = \frac{4}{5}$). 1) Знайдіть об'єм і площу повної поверхні зрізаної призми. 2) Побудуйте переріз призми заданою площиною. 3) З'ясуйте форму і обчисліть площу фігури перерізу обчислювально та побудовно, знайдіть похибки побудовних операцій. 4) Розгорніть зрізану призму на картинну площину.

Задача № 5. Дано правильну 4-кутну призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ зі стороною основи 5. Відстань між ребром основи BC і діагоналлю призми AC_1 дорівнює 4. 1) Побудуйте переріз призми, що заданий діагоналлю AC_1 і спільним перпендикуляром між цією діагоналлю та мимобіжним з нею ребром основи BC . 2) Знайдіть площу перерізу формально-логічно і суто графічно, оцініть точність виконаних операцій. 3) Побудуйте розгортку зрізаної призми.

У кожній із задач рекомендуємо виготовити 3D-модель.

3. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У педагогічних ЗВО геометрія не може залишатися осторонь так потрібної на сьогоднішній день справи кваліфікованого викладання і грамотного засвоєння майбутніми вчителями дисципліни «Інформатика». Стаття присвячена проблемі накопичення знань студентів візуальним комп'ютерним моделюванням фігур стереометрії.

Оперуючи в аудиторії традиційними для ЗЗСО розрахунковими задачами, доцільно їх умови підсилювати геометричним та інформаційним змістом, у жодному разі не нехтуючи формальними обчисленнями, а доповнюючи конструктивною складовою, алгоритмізуючи та унаочнюючи шлях розв'язання алгоритмічними (блок) схемами і комп'ютерним представленням. Демонструючи достовірність відомих з опрацьованих розділів геометрії теоретичних закономірностей і прикладний характер дисциплін навчальної програми, ми наближаємо студентів (хоча б, поки що, у малому) до реалій сьогодення, навчаємо мислити, діяти наочно-образно, унаочнюємо не лише їхні міркування, але й у цілому інформатику та геометрію.

Обидві дисципліни вирізняються з-поміж інших дисциплін природничо-математичного циклу зображувальною моделлю. Важливо, що така модель може бути візуалізованою алгоритмічно і, отже, стати джерелом інформації, конструктивним втіленням уявлень суб'єкта освітнього процесу, що реалізуються за чіткими правилами, які є органічно невід'ємною складовою курсів.

Ми пропонуємо студентами займатися 3D-моделюванням у комп'ютерній графіці, подаючи на картинній площині тривимірні поверхні досліджуваних тіл із допомогою спеціалізованого ПЗ. Змодельований у такий спосіб об'єкт представляється бінарним зображенням, що створюється у процесі алгоритмізації та візуалізації. Попередньо ж, окрім обчислювального розв'язання задачі, потрібно визначитися з методом і засобами моделювання. Схожий підхід у навчанні стає рефлексивним – миследіяльним та чуттєво-переживаючим процесом.

Наведена в статті ОТ у середовищі Mathcad Pro стосується конкретних, окремого типу розрахункових стереометричних задач для визначеного геометричного об'єкта – багатогранника із заданими властивостями елементів. Програма побудови довільної

піраміди (призми) в середовищі Mathcad Pro за координатами вершин є в літературі. Як зазначалось, досконалі програми для побудови перерізів стереометричних тіл відсутні. Авторами статті напрацьовано побудову оригінальних програм і програм їх спільного виконання, починаючи із завантаження вхідних даних і завершуючи програмою розгортки зрізаної піраміди. Дані програми послугують для успішного розв'язування і екранного моделювання обчислювальних задач стереометрії.

У колективі творчих, поміжкованих, прихильних до геометрії та інформатики студентів плануємо, в перспективі, ставити і разом з ними вирішувати завдання типізації позиційних та метричних задач із стереометрії за їх висновками обчислювально і конструктивно, а результати реалізовувати в різних програмних середовищах. Тут алгоритмізацію, програмування, комп'ютерне моделювання і екранізацію покрокових операцій із заданими об'єктами, що щоразу гарантуватиме очікуваний кінцевий результат, здійснюватимемо із залученням уже розроблених ОТ і ППЗ.

Шкода, але відомі комп'ютерні програми не забезпечують неперервний процес виконання побудов багатогранників з перерізами. Перспективи подальших досліджень ми вбачаємо у системному напрацюванні методичних прийомів алгоритмізації та комп'ютерної візуалізації довільних перерізів будь-якої багатокутної піраміди (призми) та закономірних кривих поверхонь у середовищі Mathcad Pro й у різних інших програмних середовищах комп'ютерної математики з метою успішного комп'ютерного розв'язування обчислювальних задач із стереометрії, зокрема на основі конструктивно-генетичного методу.

Беручи до уваги зразок вирішеної в дослідженні пропозиції, ми вважаємо гідним напрямом досліджень освоєння схожих напрацювань, створення споріднених алгоритмів і програм у середовищах вищого рівня.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Кабінет Міністрів України. (2018, Січ. 17). Розпорядження № 67- р, «Про схвалення Концепції розвитку цифрової економіки та суспільства України на 2018-2020 роки та затвердження плану заходів щодо її реалізації». [Електронний ресурс]. Доступно: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/67-2018-%D1%80>.
- [2] O. V. Semenykhina, & Y. O. Rudenko (2018). «Проблеми навчання програмувати учнів старших класів та шляхи їх подолання». *Інформаційні технології і засоби навчання*, 66(4), с. 54-64. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v66i4.2149>.
- [3] К. К. Колин, «Философия информации и фундаментальные проблемы информатики», Информационные ресурсы России, № 1, с. 1-8, 2010. [Електронний ресурс]. Доступно: pdf версія (pdf, 201.02 KB).
- [4] В. Ю. Биков, О. М. Спірін, О. П. Пінчук, «Інформатизація освіти – імператив її розвитку», Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні, НАПН України ; [редкол.: В. Г. Кремень (голова), В. І. Лутовий (заст. голови), А. М. Гуржій (заст. голови), О. Я. Савченко (заст. голови)]; за заг. ред. В. Г. Кременя, Київ: Пед. думка, 2016, с. 159–164. (До 25-річчя незалежності України).
- [5] В. Ю. Биков, О. М. Спірін і О. П. Пінчук, «Проблеми та завдання сучасного етапу інформатизації освіти», *Наукове забезпечення розвитку освіти в Україні: актуальні проблеми теорії і практики* (до 25-річчя НАПН України), Київ, с. 191–198, 2017. [Електронний ресурс]. Доступно: <http://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/709026>.
- [6] V. Bykov, and M. Shyshkina, «The Conceptual Basis of the University Cloud-based Learning and Research Environment Formation and Development in View of the Open Science Priorities», *Information Technologies and Learning Tools*, Vol.68(6), pp. 1-19, 2018, doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v68i6.2609>.
- [7] Валерій Биков, Олег Спірін, Ольга Пінчук. «Сучасні завдання цифрової трансформації освіти», Вісник Кафедри ЮНЕСКО «Неперервна професійна освіта ХХІ століття» (UNESCO chair journal «Lifelong professional education in the XXI century»), Випуск 1 (2020) ISSN 2708-2156 / e-ISSN 2708-2164, с. 27-36, doi: [https://doi.org/10.35387/ucj.1\(1\).2020.27-36](https://doi.org/10.35387/ucj.1(1).2020.27-36).

- [8] М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, та Є. Ф. Вінніченко, Математика з комп'ютером: посібник для вчителів, 3-тє вид., Київ, Україна: вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2015.
- [9] Н. В. Морзе [за ред. М. І. Жалдака], Методика навчання інформатики: навчальний посібник, у 4 ч., ч. IV: Методика навчання основ алгоритмізації та програмування. Київ, Україна, Навчальна книга, 2004.
- [10] О. Р. Zeleniak, (2013). «Технологии применения сред динамической геометрии». *Информационные технологии и средства обучения*, 36(4), 40-56. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v36i4.861>.
- [11] I. G. Lenchuk, & A. T. Franovskyi, (2016). «Комп'ютерне моделювання задач планіметрії: метод інверсії». *Інформаційні технології і засоби навчання*, 56(6), 88-106. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v56i6.1485>.
- [12] А. Д. Александров, «О геометрии», Математика в школе, №3, с. 56-62, 1980.
- [13] В. Г. Кремень, & В. В. Ільїн, (2020). «Презентація візуальної грамотності в освітньому процесі та її експлуатація в культурі мислення». *Інформаційні технології і засоби навчання*, 75(1), 1-12. [Електронний ресурс]. Доступно: <https://doi.org/10.33407/itlt.v75i1.3660>.
- [14] L. I. Bilousova, & N. V. Zhytyenyova, (2017). «Функціональний підхід до використання технологій візуалізації для інтенсифікації навчального процесу». *Інформаційні технології і засоби навчання*, 57(1), 38-49. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v57i1.1525>.
- [15] Т. І. Коваль, & О. П. Бесклінська, (2020). «Використання засобів візуалізації для створення електронних освітніх ресурсів у процесі навчання математичних дисциплін у закладах вищої освіти». *Інформаційні технології і засоби навчання*, 77(3), 145-161. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v77i3.3411>.
- [16] Richard S. Palais, «The Visualization of Mathematics: Towards a Mathematical Exploratorium», Notices of the American Mathematical Society, vol. 46 (6), pp. 647–658, 1999.
- [17] Lewis Chou, «9 Data Visualization Tools That You Cannot Miss in 2019». [Електронний ресурс] Доступно: <https://towardsdatascience.com/9-data-visualization-tools-that-you-cannot-miss-in-2019-3ff23222a927>.
- [18] Юлія Коробчук, Іван Ленчук, «Місце і роль дельтоїда в навчанні евклідової геометрії», Математика в рідній школі, №5, с. 6-11, 2019. [Електронний ресурс] Доступно: <http://eprints.zu.edu.ua/31426/>.
- [19] І. Г. Ленчук, Конструктивна стереометрія в задачах: навчальний посібник для студентів математичних спеціальностей ВПНЗ, Житомир, Україна: вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2010.
- [20] Hans Benker, Practical Use of MATHCAD: solving mathematical problems with a computer algebra system. Translated by Anthony Rudd, Springer, 1999.
- [21] В. Ф. Очков, MATHCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов, Петербург, Россия: из-во СТБ: БХВ-Петербург, 2007.
- [22] F. Botana, M. Abánades, and J. Escibano. «Using a Free Open Source Software to Teach Mathematics», Computer Applications in Engineering Education, 22 (4), pp. 728-735, 2014. doi: <https://doi.org/10.1002/cae.21565>.
- [23] A. Kumar, and S. Kumareson, «Use of Mathematical Software for Teaching and Learning», *Proceedings of 11th International Congress on Math Education (ICME)*, July, 6-13, Mexico, pp. 373-388, 2008.

Матеріал надійшов до редакції 08.06.2021 р.

МЕТОДОЛОГИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕЧЕНИЯ ПИРАМИДЫ В ПРОГРАММНЫХ СРЕДАХ

Ленчук Иван Григорьевич

кандидат технических наук, доктор педагогических наук,
профессор, профессор кафедры алгебры и геометрии
Житомирский государственный университет имени Ивана Франко, г. Житомир, Украина
OSID ID 0000-0003-1923-9540
lench456@gmail.com

Щехорский Анатолий Иосифович

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры компьютерных наук и информационных технологий
Житомирский государственный университет имени Ивана Франко, г. Житомир, Украина
OSID ID 0000-0001-8728-6096
shaianatoliy@gmail.com

Аннотация. Поднята проблема недостаточно развитых компетентностей по вопросам теории и практики евклидовой геометрии у будущих учителей информатики. Изучение дисциплин программы актуализируется в статье с помощью инновационных

образовательных информационно-коммуникационных технологий, в творчески-развивающей, экономной во времени визуальной демонстрации преобразовательных операций с пространственными фигурами и их элементами. Предложенная методология предусматривает разработку алгоритмических схем и программного обеспечения графического (графоаналитического) решения пространственных задач конструктивным методом на основе современных компьютерных технологий. Динамические характеристики и присущие конструктивные возможности избранных в исследовании программно-педагогических средств гарантируют высокоточное визуальное отображение умственных воображаемо-логических операций с фигурами евклидовой геометрии. Что касается вычислительных пространственных задач, преобладающее число программ визуализации без перезагрузки данных в работе программы не могут удовлетворить алгоритмизированный процесс быстрого и результативного их решения. Процесс должен идти, как это принято на уроках геометрии, по схеме - входные данные, результат. Непрерывность процесса решения пространственных задач, как показано в статье, обеспечивается программной средой компьютерной алгебры Mathcad Pro. В отличие от других компьютерных средств, избранная программная среда с графическими редакторами, редакторами формул и текста допускает непрерывное построение изображений многоугольных пирамид, сечений и вычисление их площадей, построение разверток пирамид, боковой и полной поверхности усеченных пирамид. На основе известной процедуры построения многоугольной пирамиды в Mathcad Pro, авторы статьи предлагают наработанные процедуры построения ее элементов. Программные коды для построения элементов пирамиды и её сечений написаны простым алгоритмическим языком. Намечены пути и средства интерактивного метода работы в обучении информатики и геометрии, характерными признаками которого являются получение студентами содержательных предметных знаний, самопознание и познание собственной деятельности.

Ключевые слова: проблемы информатики; информационные образовательные технологии; стереометрия; конструктивный метод; моделирование; компьютерная алгебра.

METHODOLOGY OF COMPUTER SIMULATION PYRAMID CROSS-SECTIONS IN SOFTWARE ENVIRONMENTS

Ivan G. Lenchuk

PhD of Technical Sciences, Doctor of Pedagogical Sciences,
Professor, Professor at the Department of Algebra and Geometry
Zhytomyr Ivan Franko State University, Zhytomyr, Ukraine
ORCID ID 0000-0003-1923-9540
lench456@gmail.com

Anatoly I. Schehorsky

PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Computer Science and Information Technology
Zhytomyr Ivan Franko State University, Zhytomyr, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-8728-6096
shaianatoliy@gmail.com

Abstract. The problem of insufficient competency in the theory and practice of Euclidean geometry of prospect computer science teachers is considered. In the paper, we update the study of academic disciplines of the program by using modern information and communication technology in education, as well as creative, developing, and visual demonstration of transformation operations for spatial figures and their elements. Our methodology involves the development of algorithmic schemes and software for graphical and analytical solutions of spatial problems by using the constructive method based on modern computer technologies. The dynamic characteristics and design capabilities of education software considered in the paper provide a highly accurate visual representation of mental imaginary and logical operations with Euclidean geometry figures. Regarding computational spatial problems, the great number of visualization programs without reloading the data in the program operation cannot satisfy the algorithmic process of solving these problems quickly and efficiently. Usually, during geometry lessons the course of the process is first the initial input and then the result. In the paper, we show that the

continuity of the process of solving spatial problems is provided by the computer algebra software environment Mathcad Pro. In contrast to other ones, this software has graphics editors, formula and text editors, allows continuous construction of polygonal pyramids images, cross-sections and calculation of their areas, construction of reamers of pyramids, side and whole surfaces of truncated pyramids. By using the well-known procedure of polygonal pyramids construction in Mathcad Pro, the authors propose tested procedures for the construction of their elements. The program codes for constructing pyramid elements and its sections are written in a simple algorithmic language. We have outlined ways and means of the interactive methods in learning computer science and geometry, which characteristic features are the acquisition of meaningful subject knowledge by students, self-knowledge, and cognition of their own activities.

Keywords: problems of informatics; information educational technologies; stereometry; constructive method; modeling; computer algebra.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] The Cabinet of Ministers of Ukraine. (2018, Jan. 17). Order №. 67 - r, "On approval of the Concept of development of the digital economy and society of Ukraine for 2018-2020 and approval of the action plan for its implementation", [Online]. Available: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/67-2018-%D1%80>. (in Ukrainian)
- [2] O. V. Semenykhina, & Y. O. Rudenko (2018). "Problems of learning to program high school students and ways to overcome them", *Information Technologies and Learning Tools*, vol.66 (4), pp.54-64.doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v66i4.2149>. (in Ukrainian)
- [3] K. K. Kolin, "Philosophy of Information and Fundamental Problems of Informatics", *Information Resources of Russia*, no. 1-8, 2010. [Online]. Available: pdf versiya (pdf, 201.02 KB). (in Russian)
- [4] V. Yu. Bykov, O. M. Spirin, O. P. Pinchuk, "Informatization of education - the imperative of its development", National Report on the state and prospects of education in Ukraine, NAPS of Ukraine; [editor: V. G. Kremen (chairman), V. I. Lugovyi (deputy chairman), A. M. Gurzhiy (deputy chairman), O. Ya. Savchenko (deputy chairman)]; for general ed. V. G. Kremenya, Kyiv: Ped. opinion, 2016, pp. 159–164. (To the 25th anniversary of Ukraine's independence). (in Ukrainian)
- [5] V. Yu. Bykov, O. M. Spirin and O. P. Pinchuk, "Problems and tasks of the modern stage of informatization of education", Scientific support of education in Ukraine: current issues of theory and practice (to the 25th anniversary of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine), Kyiv, pp. 191–198, 2017. [Online]. Available: <http://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/709026>. (in Ukrainian)
- [6] V. Bykov, and M. Shyshkina, "The Conceptual Basis of the University Cloud-based Learning and Research Environment Formation and Development in View of the Open Science Priorities", *Information Technologies and Learning Tools*, vol.68(6), pp.1-19, 2018, doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v68i6.2609>. (in English)
- [7] Valery Bykov, Oleg Spirin, Olga Pinchuk, "Modern tasks of digital transformation of education". *Bulletin of the Department of UNESCO "Continuing Professional Education in the XXI Century"*, Issue 1 (2020) ISSN 2708-2156 / e-ISSN 2708-2164, p. 27-36. doi: [https://doi.org/10.35387/ucj.1\(1\).2020.27-36](https://doi.org/10.35387/ucj.1(1).2020.27-36). (in Ukrainian)
- [8] M. I. Zhaldak, Yu. V. Goroshko, and E. F. Vinnichenko, Mathematics with a computer: a guide for teachers, 3rd ed., Kyiv, Ukraine: published by NPU named after MP Drahomanov, 2015. (in Ukrainian)
- [9] N. V. Morse [ed. M. I. Zhaldaka], Methods of teaching computer science: textbook, in 4 hours, part IV: Methods of teaching the basics of algorithmization and programming. Kyiv, Ukraine, Textbook, 2004. (in Ukrainian)
- [10] O. P. Zeleniak, (2013). "Technologies for the use of dynamic geometry media". *Information Technologies and Learning Tools*, vol.36 (4), pp.40-56. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v36i4.861>. (in Ukrainian)
- [11] I. G. Lenchuk, & A. T. Franovskyi, (2016). Computer simulation of planimetry problems: inversion method. *Information Technologies and Learning Tools*, 56 (6), pp.88-106. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v56i6.1485>. (in Ukrainian)
- [12] A. D. Alexandrov, «On geometry», Mathematics at school, №3, p. 56-62, 1980. (in Russian)
- [13] V. G. Kremen, & V. V. Ilyin, (2020). Presentation of visual literacy in the educational process and its exploitation in the culture of thinking. *Information Technologies and Learning Tools*, 75 (1), 1-12. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v75i1.3660>. (in English)

- [14] L. I. Bilousova, & N. V. Zhytyenyova, (2017). A functional approach to the use of visualization technologies to intensify the learning process. *Information Technologies and Learning Tools*, 57 (1), 38-49. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v57i1.1525>. (in Ukrainian)
- [15] T. I. Koval, & O. P. Besklinskaya, (2020). The use of visualization tools to create electronic educational resources in the process of teaching mathematical disciplines in higher education institutions. *Information Technologies and Learning Tools*, 77 (3), pp.145-161. doi: <https://doi.org/10.33407/itlt.v77i3.3411>. (in Ukrainian)
- [16] Richard S. Palais, “The Visualization of Mathematics: Towards a Mathematical Exploratorium”, *Notices of the American Mathematical Society*, vol. 46 (6), pp. 647–658, 1999. (in English)
- [17] Lewis Chou, 9 *Data Visualization Tools That You Cannot Miss in 2019*. [Online] Available: <https://towardsdatascience.com/9-data-visualization-tools-that-you-cannot-miss-in-2019-3ff23222a927>. (in English)
- [18] Julia Korobchuk, Ivan Lenchuk, “The place and role of the deltoid in the teaching of Euclidean geometry”, *Mathematics in the native school*, no.5, pp. 6-11, 2019. [Online]. Available: <http://eprints.zu.edu.ua/31426/>. (in Ukrainian)
- [19] I. G. Lenchuk, *Constructive stereometry in problems: a textbook for students of mathematical specialties* VPNZ, Zhytomyr, Ukraine: published by ZhSU. I. Franko, 2010. (in Ukrainian)
- [20] Hans Benker, *Practical Use of Mathcad: solving mathematical problems with a computer algebra system*. Translated by Anthony Rudd, Springer, 1999. (in English)
- [21] V. F. Ochkov, *Mathcad 14 for students, engineers and designers*, St. Petersburg, Russia: from STB: BHV-Petersburg, 2007. (in Russian)
- [22] F. Botana, M. Abánades, and J. Escribano. “Using a Free Open Source Software to Teach Mathematics”, *Computer Applications in Engineering Education*, 22 (4), pp. 728-735, 2014, doi: <https://doi.org/10.1002/cae.21565>. (in English)
- [23] A. Kumar, and S. Kumareson, “Use of Mathematical Software for Teaching and Learning”, *Proceedings of the 11th International Congress on Math Education (ICME)*, July, 6-13, Mexico, pp. 373-388, 2008. (in English)