

**УДК 37.031.4; 372.851; 004.94**

**Ракута Валерій Михайлович**, старший викладач кафедри інформаційно-комунікаційних технологій в освіті Чернігівського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти імені К. Д. Ушинського, м. Чернігів, e-mail: [rakuta\\_valera@maill.ru](mailto:rakuta_valera@maill.ru)

## **СИСТЕМА ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA ЯК ІННОВАЦІЙНИЙ ЗАСІБ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ**

### **Анотація**

Стаття присвячена проблемам, пов'язаним з розробкою й упровадженням вільних педагогічних програмних продуктів у навчальний процес ЗНЗ України. Система динамічної математики GeoGebra є однією з таких програм.

У статті проаналізовано функціональні можливості GeoGebra з точки зору інноваційності і перспектив їх використання у процесі вивчення математики. Розглянуто питання науково-методичного і дидактичного забезпечення застосування GeoGebra. Значну увагу приділено засобам он-лайн підтримки користувачів програми. Наведено приклади використання інтерактивних комп'ютерних моделей, створених за допомогою GeoGebra, у процесі вивчення шкільного курсу математики. Підкреслено важливість організації підготовки вчителів до використання GeoGebra у навчально-виховному процесі.

**Ключові слова:** система динамічної математики, GeoGebra, інформаційно-комунікаційні технології, математика, інновації, методика, навчально-виховний процес, інтерактивні комп'ютерні моделі, Інтернет.

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку людського суспільства конкурентоспроможність країни, те місце, яке вона займає у світовій спільноті, великою мірою залежить від рівня інформатизації всіх сфер життя держави. Природно, що «розвиток інформаційного суспільства в Україні та впровадження новітніх ІКТ в усі сфери суспільного життя і в діяльність органів державної влади та органів місцевого самоврядування визначається одним з пріоритетних напрямів державної політики» [1]. І в першу чергу, це стосується освітньої галузі.

Інформатизація вищої і середньої освіти є одним із визначальних факторів у процесі побудови інформаційного суспільства. І не даремно на законодавчому рівні однією з основних стратегічних цілей розвитку інформаційного суспільства в Україні визначена наступна: «забезпечення комп'ютерної та інформаційної грамотності населення, насамперед шляхом створення системи освіти, орієнтованої на використання новітніх ІКТ у формуванні всебічно розвиненої особистості» [1].

Повною мірою це стосується і такої навчальної дисципліни як математика. На нинішньому етапі розвитку освіти необхідною умовою подальшого підвищення її якості є запровадження в навчальний процес інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) і їх ефективне використання. Один із перспективних напрямків інформатизації шкільної математичної освіти це – використання у навчальному процесі систем комп'ютерної математики (СКМ), зокрема, систем динамічної математики (СДМ) і програм для роботи з функціями та їх графіками.

Із зростанням доступності комп'ютерних технологій у 1980–1990 роках, були надто оптимістичні настрої щодо швидкого інтегрування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в освіту, зокрема, у процес вивчення і викладання математики [17]. Проте, після більш ніж двох десятиліть, численні дослідження показали лише незначне використання інформаційних технологій у навчальному процесі [18]. Існувало багато спроб і проєктів зі сприяння ширшій інтеграції ІКТ, але більшість із них призвели лише до незначних змін у навчальному процесі [19].

Упровадженню ІКТ у процес вивчення математики в Україні, починаючи з середини 90-х років минулого сторіччя, приділялась значна увага. Результатом чого стала розробка таких інноваційних засобів, як Gran1W, Gran2D, Gran3D, DG та відповідного науково-методичного забезпечення [2; 3; 4; 5; 6]. Проте, з багатьох причин, використання цих програм у загальноосвітніх навчальних закладах не набуло системного характеру. Недостатня увага приділяється впровадженню у навчальний процес СДМ, розроблених в інших країнах. Переважна більшість учителів ЗНЗ з ними просто не знайомі.

**Аналіз актуальних досліджень і публікацій.** Проблеми, пов'язані з розробкою й упровадженням систем динамічної математики, програм, призначених для роботи з функціями та їх графіками, у навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів розглядалися в роботах М. І. Жалдака [2; 3; 4; 5], Ю. В. Горошка,

Є. Ф. Вінниченка [3; 7], С. А. Ракова [6; 11], Д. А. Покришення [9; 10], В. П. Гороха [6], Л. В. Грамбовської [12], В. В. Пікалової [6], Т. Г. Крамаренко [4], В. М. Ракути [13; 14] та інших. Переважна більшість робіт присвячена, в основному, знайомству з функціональними можливостями таких програм, як Gran1W, Gran2D, Gran3D, DG, DERIVE, Advanced Grapher і методикою їх використання для розв'язування різного типу математичних задач. Недостатня увага приділялась створенню науково-методичного і дидактичного забезпечення використання СДМ для вивчення певних тем курсу шкільної математики, методиці створення і використання динамічних моделей у навчальному процесі, застосуванню систем динамічної математики для розвитку дослідницьких і творчих здібностей учнів, організації модель-орієнтованого навчання. З різних причин використання систем динамічної математики, розроблених в інших країнах (Cabri Geometry, GeoGebra, Geometer's Sketchpad (GSP), «Живая

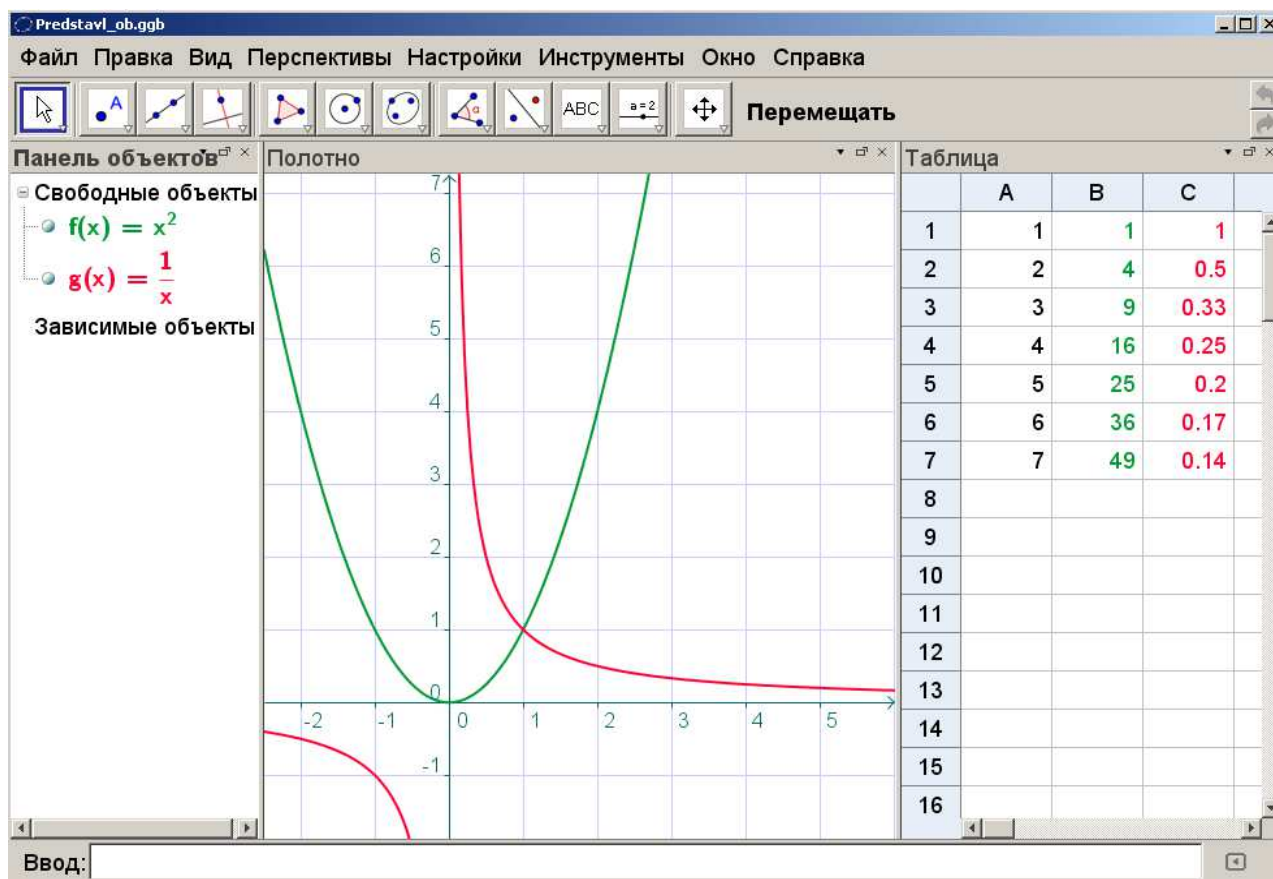


Рис. 1

математика», Kig, KSEG, GEONExT тощо), якщо і зустрічається, то є безсистемним. Фактично відсутнє відповідне науково-методичне і дидактичне забезпечення їх застосування у системі освіти України. Однією з таких програм, які заслуговують на особливу увагу, є СДМ GeoGebra.

**Мета статті.** Аналіз функціональних можливостей СДМ GeoGebra з точки зору ефективності і перспектив їх використання у процесі вивчення математики в загальноосвітніх навчальних закладах України. Постановка і пошук шляхів розв'язання проблем, пов'язаних з методикою застосування GeoGebra у навчальному процесі.

**Виклад основного матеріалу.** Програма GeoGebra виникла в 2002 році як дипломний магістерський проект Маркуса Хохенватера під час його навчання в університеті Зальцбурга. Вона була розроблена з метою поєднання можливостей програм динамічної геометрії (наприклад: Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad) і систем комп'ютерної алгебри (наприклад: Derive, Maple) в одній простій у використанні системі, призначеній для вивчення і викладання математики [16]. Протягом наступних років GeoGebra перетворилась на міжнародний проект з відкритим кодом, що активно розвивається і над яким зараз працює інтернаціональна команда з 20 розробників та більше ніж 100 перекладачів. На даний момент СДМ GeoGebra — це вільний педагогічний програмний продукт, призначений для вивчення і викладання математики в середніх і вищих навчальних закладах, який поєднує динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику. Остання стабільна версія GeoGebra пропонує кілька динамічно пов'язаних між собою представлень математичних об'єктів: графічне, алгебраїчне та табличне (рис. 1). Потрібно відзначити, що в процесі розвитку програми, із зростанням її функціональних можливостей інтерфейс GeoGebra залишається простим у використанні й інтуїтивно зрозумілим. І цей підхід є одним з головних принципів концепції подальшого розвитку програми.

GeoGebra, яка в даний момент доступна більше ніж 50 мовами світу, отримала кілька нагород освітніх програм у Європі та США (наприклад, EASA 2002, digita 2004, Comenius 2004, eTwinning 2006, АЕСТ 2008, BETT 2009 finalist, Tech Award 2009, NTLC Award 2010).

Важливим є те, що для забезпечення підтримки користувачів GeoGebra, організації їх співробітництва та обміну досвідом створені потужні Інтернет-ресурси з використання сучасних веб-технологій (Веб 2.0, хмарних обчислень, Wiki-технологій). Ресурс [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) (рис. 2) пропонує користувачам GeoGebra:

- вікі-сторінки: постійно обновлювану базу науково-методичних і дидактичних матеріалів у вільному доступі;
- форум користувачів (учнів, студентів, учителів, викладачів, освітян);
- останні новини щодо заходів і подій у спільноті користувачів GeoGebra з різних куточків світу.

З метою вдосконалення сервісу для зберігання, перегляду, використання та обміну електронними відкритими дидактичними матеріалами, виготовленими за

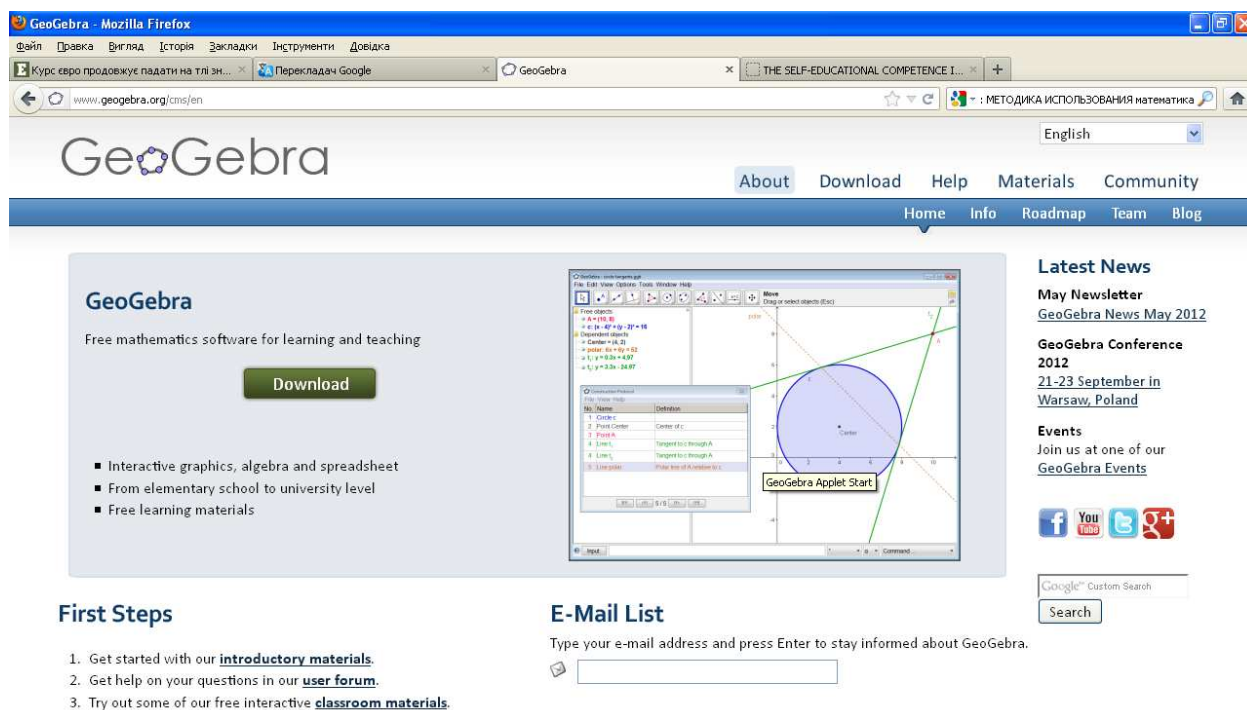


Рис. 2

допомогою GeoGebra, було створено платформу GeoGebraTube (<http://www.geogebraTube.org>, рис. 3). Користувачі також мають можливість залишати коментарі й оцінювати якість розміщених матеріалів. Зважаючи на швидке зростання співтовариства навколо GeoGebra, стало зрозумілим, що, як члени співтовариства, так і вчителі, які тільки розглядають можливість використання GeoGebra в навчальному процесі, потребують широкої підтримки. Щоб бути в змозі надати таку допомогу і сприяти рефлексивній практиці, з метою активізації досліджень і подальшого розвитку системи динамічної математики GeoGebra, на конференції в Кембриджі у травні 2008 року засновано міжнародну професійну мережу: Міжнародний Інститут GeoGebra

(International GeoGebra Institute, IGI) [15]. Її основними цілями є:

– навчання і підтримка вчителів, викладачів і студентів педагогічних

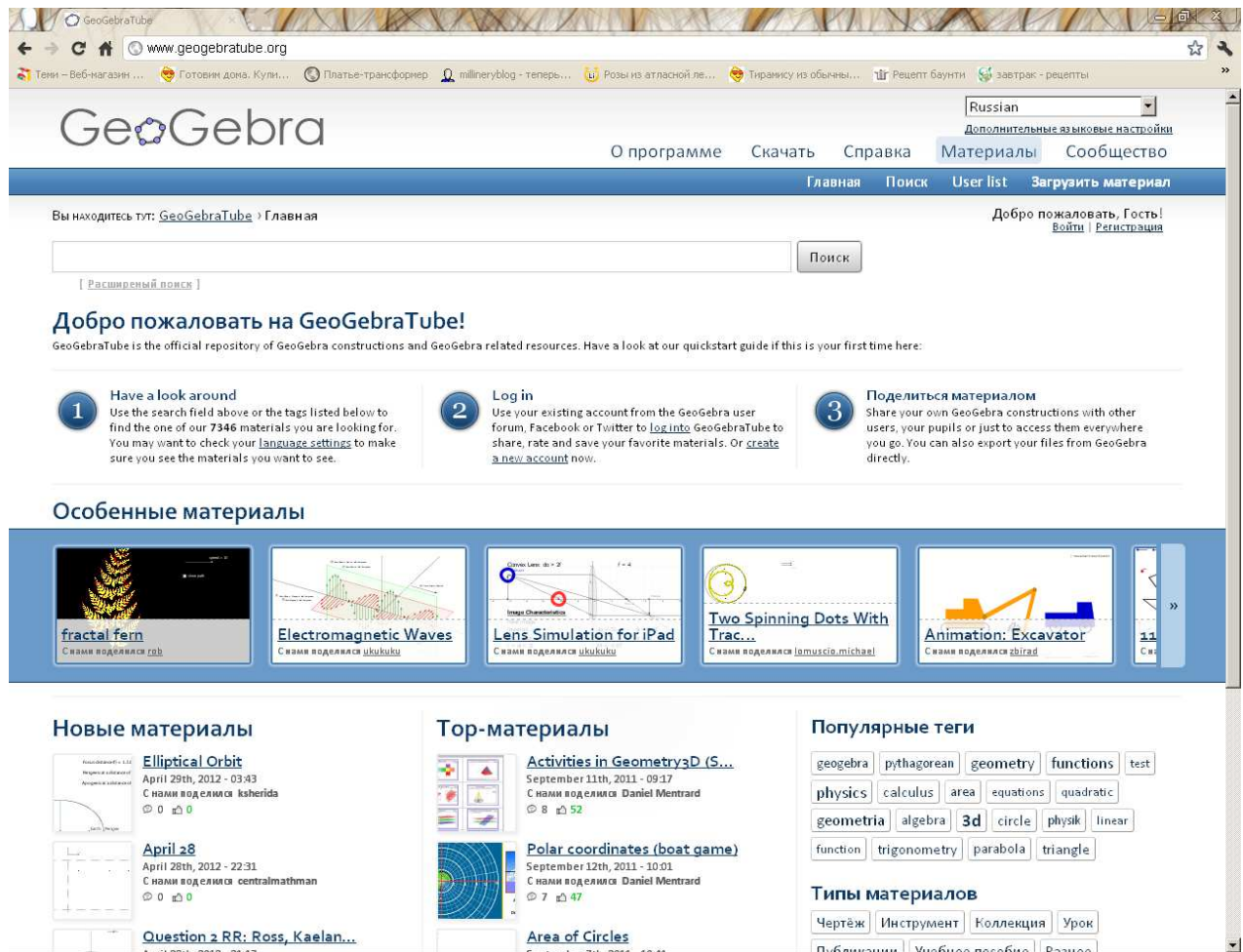


Рис. 3

вищих навчальних закладів з метою сприяння зростанню їх професійної майстерності;

- розвиток і вдосконалення пакета GeoGebra;
- розробка і вільне розповсюдження інноваційних дидактичних матеріалів, створених за допомогою GeoGebra;
- сприяння співпраці між IGI і регіональними інститутами GeoGebra;
- проведення і підтримка GeoGebra досліджень, зокрема приділення особливої уваги дослідженням, пов'язаним із вивченням математики і спрямованим на підвищення рівня її викладання.

Після заснування IGI розпочався процес створення мережі регіональних осередків GeoGebra. З травня 2008 року більше сорока місцевих GeoGebra інститутів (центрів) уже створено в університетах Африки, Азії, Австралії,

Європи, Північної й Південної Америки (рис. 4). В Україні започатковано регіональні інститути GeoGebra в містах Харкові й Чернігові. Вони є складовими



Рис. 4

Міжнародного Інституту GeoGebra (IGI, <http://geogebra.org/igi>) і розділяють його цілі й завдання. «Інститут GeoGebra Харків, Україна» засновано 6 липня 2010 року на базі кафедри інформатики Харківського національного педагогічного університету імені Г. С. Сковороди (<http://kafinfo.org.ua/geogebra>). «Інститут GeoGebra Чернігів, Україна» (<https://sites.google.com/site/geogebrachernigiv>) засновано 3 лютого 2011 року на базі Чернігівського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти (ЧОІППО) імені К. Д. Ушинського (<http://choippo.edu.ua>).

Центр "Інститут GeoGebra Чернігів, Україна" створено з метою підготовки вчителів і студентів педагогічних ВНЗ як сертифікованих користувачів програмних продуктів освітнього призначення, розроблених Міжнародним інститутом GeoGebra, створення і впровадження інноваційних електронних засобів навчального призначення (ЕЗНП) у навчальний процес ЗНЗ, проведення відповідних досліджень й обміну досвідом у галузі використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчально-виховному процесі.

Головні завдання центру:

- проведення семінарів і конференцій;

- розробка нових й адаптація існуючих навчальних матеріалів відповідно до українських освітніх стандартів;
- створення веб-ресурсів, присвячених підтримці використання GeoGebra в навчальних закладах України;
- проведення досліджень, залучення вчителів і викладачів до наукової роботи;
- створення спільноти сертифікованих користувачів і тренерів GeoGebra у Чернігівській області і в Україні;
- залучення вчителів і учнів до роботи центру [14].

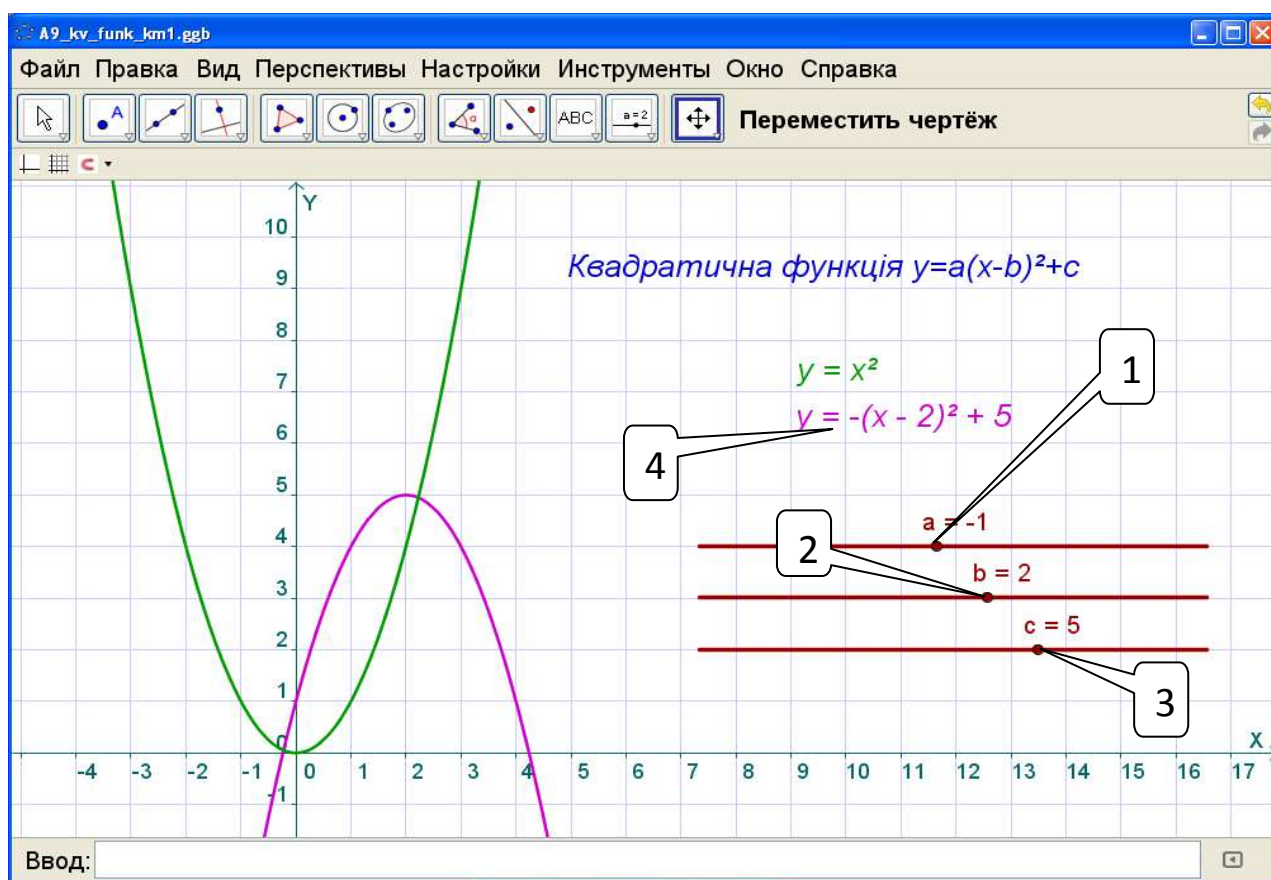


Рис. 5

Функціональні можливості GeoGebra дозволяють ефективно використовувати її у процесі вивчення математики з різною метою. Почнемо з найпростішого. За допомогою GeoGebra можна швидко створювати високоякісні графічні зображення математичних об'єктів (графіки функцій, графіки рівнянь, геометричні фігури, формули тощо) і потім їх зберігати у файлах графічних форматів (png; svg) або експортувати до буфера обміну. Після цього отримані рисунки можна використовувати для створення друкованих дидактичних матеріалів, мультимедійних



презентацій навчального призначення тощо. Актуальним є те, що якість зображень під час їх обробки (збільшення, зменшення) залишається високою і фактично не змінюється, а, отже, позитивно впливає на дизайн відповідного кінцевого продукту.

СДМ GeoGebra має потужний набір інструментів, за допомогою яких можна розв'язувати різноманітні типи математичних задач. Перерахуємо основні з тих задач, які стосуються вивчення математики у загальноосвітніх навчальних закладах. Алгебра і початки аналізу:

- обчислення значення виразів;
- спрощення дробово-раціональних виразів;
- розкладання на множники многочленів;
- розкладання на прості множники числа;
- знайдення НСД і НСК декількох чисел;
- побудова графіків функцій і рівнянь, заданих аналітично;
- графічне розв'язування рівнянь і їх систем;
- знаходження координат точок перетину графіків двох функцій на заданому проміжку;
- графічне розв'язування нерівностей і їх систем;
- побудова дотичної і нормалі до графіка функції у заданій точці з одночасним знаходженням їх рівнянь.
- трасування графіка, побудова таблиці значень;
- дослідження функції на даному проміжку (відшукування найбільших і найменших значень, екстремум, довжина кривої, нулі функції, точки перегину (для поліномів) тощо);
- виконання чисельного інтегрування і його геометрична ілюстрація;
- знаходження первісної, похідної функції та побудова їх графіків.

Геометрія:

- побудова різноманітних геометричних фігур на площині (точок, прямих, променів, ламаних, векторів, кутів, багатокутників, правильних багатокутників, бісектрис кутів, серединних перпендикулярів, паралельних і перпендикулярних прямих, кіл (за центром і точкою, за центром і радіусом, за трьома точками), дуг кіл і конічних перетинів, дотичних до кола тощо);
- обчислення площ: багатокутника, круга, частини площини, обмеженої

еліпсом, сектора;

- знаходження: градусної міри кута, довжини відрізка, периметра багатокутника, довжини вектора, відстані від точки до прямої, тангенса кута між прямою і додатнім напрямком осі абсцис тощо;

- перетворення фігур на площині: симетрія відносно точки і прямої, поворот навколо точки, гомотетія, паралельне перенесення;

- знаходження точок перетину двох фігур (двох прямих, прямої і кола тощо);

- знаходження середини відрізка, центра кола (еліпса).

Перевага GeoGebra, порівняно з такими потужними математичними пакетами, як Mathcad, Matlab, Maple, Mathematica та ін., полягає в тому, що GeoGebra поєднує в собі функціональні можливості й інструменти, переважна більшість з яких затребувані саме у процесі вивчення математики у ЗНЗ (що не можна сказати, говорячи про вище названі СКМ, тільки незначна частина їхнього функціоналу може знайти своє використання у шкільній математиці), з одного боку, а з іншого, одним з головних принципів у концепції подальшого розвитку GeoGebra є збереження простого у використанні й інтуїтивно зрозумілого інтерфейсу і подальшого його вдосконалення у цьому напрямку.

Але найважливішим є те, що GeoGebra має у своєму арсеналі великий набір інструментів для створення динамічних комп'ютерних моделей (ДКМ). На сучасному етапі розвитку шкільної математичної освіти використання комп'ютерних моделей (КМ) у навчальному процесі є однією з передумов підвищення його результативності. Для вивчення математики можна використовувати КМ з різною метою, а саме:

- інтерактивні комп'ютерні моделі (ІКМ) як динамічні наочні посібники (рис. 5);

- ІКМ, що використовуються для організації евристичного навчання (рис. 5, 6);

- моделі, які призначені для автоматизації обчислень (рис. 7);

- інтерактивні комп'ютерні моделі, що використовуються у якості вправ на готових кресленнях;

- ІКМ для автоматизації процесу створення навчальних вправ і завдань тощо [14].

Як приклад розглянемо комп'ютерну модель, наведену на рис. 5. Її можна використовувати як електронний інтерактивний наочний посібник під час вивчення теми «Квадратична функція» у 9-му класі як динамічну таблицю. При зміні значень параметрів  $a$ ,  $b$ , і  $c$  (за допомогою повзунків 1, 2, 3 (рис. 5)) зазнають відповідних змін графік функції і формула (завдяки використанню динамічного тексту (4 на рис. 5)), що йому відповідає. Використання моделі буде ефективнішим, якщо вчитель запропонує учням на уроці провести за допомогою даної моделі (або кількох аналогічних моделей, наприклад, таких, як  $y = a\sqrt{x+b} + c$ ,  $y = \frac{a}{x+b} + c$ ) невеличке дослідження з метою «відкриття» правил отримання графіків функцій  $y=af(x)$ ,  $y=f(x)+c$  та  $y=f(x+b)$  з графіка функції  $y=f(x)$ . Завдання може бути таким.

Виконайте дослідження відповідно до плану.

1. Змініть за допомогою повзунка значення параметра  $a$ .
2. Надайте йому спочатку додатних, а потім від'ємних значень.
3. Що відбувається з графіком функції? Зробіть висновки.
4. Аналогічні дії виконайте з параметрами  $c$  і  $b$ .
5. Сформулюйте правила отримання графіків функцій  $y=af(x)$ ,  $y=f(x)+c$  та  $y=f(x+b)$  з графіка функції  $y=f(x)$ .
6. Поясніть, чому ви прийшли до таких висновків.

Це ж завдання можна дати як домашнє напередодні вивчення теми. Його можна ускладнити, запропонувавши учням самостійно створити дану модель (чи моделі), а потім провести дослідження. План дослідження учням надається. Сильним учням можна запропонувати скласти такий план самостійно.

За допомогою ІКМ, поданої на рис. 6, учні після проведення відповідних досліджень (самостійних або під керівництвом учителя) не тільки зможуть «відкрити» теорему про суму кутів трикутника, але й знайти ідею доведення цієї теореми і самостійно її довести.

У математиці дуже часто під час розв'язування складної задачі на обчислення (у кінцевому результаті повинні отримати число) потрібно розв'язати кілька простих, алгоритм розв'язання яких учням уже добре відомий. Наведемо декілька прикладів.

1. Обчислити площу трикутника, якщо відомі його сторони.
2. Знайти гіпотенузу прямокутного трикутника за його катетами.
3. Знайти суму членів арифметичної (чи геометричної) прогресії.
4. Знайти сторону трикутника, якщо відомі дві інші його сторони і кут між ними.

Головна

ГЕОМЕТРИЯ > Геометрія 7 > Трикутники > Властивості кутів трикутника >

GeoGebra онлайн

АЛГЕБРА

ГЕОМЕТРИЯ

Геометрія 7

Геометричні побудови

Трикутники

Властивості кутів трикутника

KM №1

KM №2

**KM №3**

KM №4

Геометрія 8

Контакти

Корисні ресурси

Карта сайту

OSBITNI RESURSI INTERNETU  
https://sites.google.com/site/osvitnires/home

Модель у вигляді окремої веб-сторінки.  
Завантажити модель у форматі "ggb" Ви можете [тут](#).

Сума кутів трикутника

Перемістіть повзунки вправо

0°

0°

∠A = 45°

∠B = 72°

∠C = 63°

Знайти суму

∠A + ∠B + ∠C = 45° + 72° + 63° = 180°

Рис. 6

Автоматизувати процес розв'язування подібних задач можна за допомогою раніше створених моделей, створення яких можна доручити учням під час вивчення відповідних тем. Приклад такої моделі наведено на рис. 7. Створення подібних моделей сприятиме засвоєнню відповідних математичних формул і алгоритмів, формуватиме навички раціонального використання прикладних програм для розв'язування математичних задач, розвиватиме творчі здібності учнів.

Процес створення інтерактивних комп'ютерних моделей є творчим і залежно від конкретної моделі і її призначення може бути доволі складним і відповідно трудомістким. Тому важливим є об'єднання зусиль зацікавлених

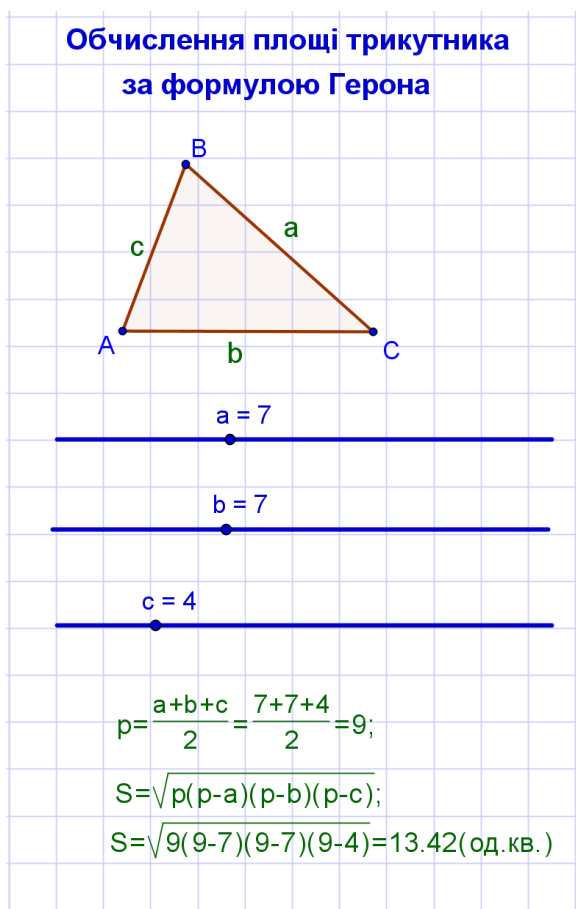


Рис. 7

користувачів з метою створення й обміну моделями. Для цього і був створений відповідний веб-сервіс GeoGebraTube (<http://www.geogebraTube.org>). З метою забезпечення оптимальних умов для використання КМ у процесі вивчення шкільного курсу математики у загальноосвітніх навчальних закладах України нами було започатковано інтернет-ресурси на українській і російській мовах «Бібліотека комп'ютерних моделей» (<https://sites.google.com/site/biblkompmo>) (рис. 1) і «Библиотека компьютерных моделей» (<https://sites.google.com/site/biblkommodelej>) відповідно. Продовжується робота з їх наповнення й удосконалення.

Комп'ютерні моделі, що на них представлені, систематизовані відповідно до розділів діючої програми з математики. Для кожної моделі відведено окрему веб-сторінку, на якій розташовано модель у вигляді гаджету Google (1, рис. 6), посилання на модель у вигляді окремої веб-сторінки (2, рис. 6), що зберігається на сервері GeoGebra, відомості про розробників і авторів перекладу й адаптації, а також можуть міститись методичні рекомендації щодо її використання, посилання на добірки завдань до моделі тощо. Щоб завантажити модель у форматі "ggb" («рідному» форматі GeoGebra), яка також міститься на сервері GeoGebra, потрібно скористатись відповідним посиланням (3, рис. 6). Сайти бібліотек створені у системі Google Sites. Взяти участь у поповненні бібліотеки можуть усі зацікавлені користувачі. Учитель (викладач, учень, студент) має можливість скористатися бібліотекою в режимі он-лайн або використати модель у вигляді інтерактивної

веб-сторінки чи у форматі "ggb", попередньо завантаживши їх. Кожний користувач може модернізувати існуючу модель з метою оптимального її пристосування до потреб конкретної навчальної ситуації [14].

Актуальним є те, що СДМ GeoGebra має засоби для інтеграції із сучасними веб-технологіями (Веб 2.0, Веб 3.0, хмарні обчислення, Wiki-технології, Moodle). А це створює можливості для застосування GeoGebra з метою інтернет-підтримки навчально-виховного процесу, а також для використання в процесі створення дистанційних форм навчання математики.

Ефективність використання ІКТ у навчальному процесі значною мірою залежить від рівня підготовки вчителя. Якщо в галузі ІКТ вчитель недостатньо компетентний, то про яку результативність використання цих технологій можна вести мову? Це повною мірою стосується і використання педагогічного програмного засобу СДМ GeoGebra і комп'ютерних моделей, створених за його допомогою. Одним із головних напрямків роботи створеного центру "Інститут GeoGebra Чернігів, Україна" є підготовка сертифікованих користувачів GeoGebra і створення їх спільноти в Чернігівській області і в Україні. Отримати більше інформації про сертифікацію можна, скориставшись веб-сайтом (<https://sites.google.com/site/geogebbrachernigiv>). Ефективність такої підготовки значною мірою залежить від її методичного і дидактичного забезпечення. З цією метою нами розроблено й активно використовується навчальний посібник «GeoGebra для початківців» [21], він є першим із серії посібників, які планується розробити в центрі. Важливість цієї роботи полягає ще і в тому, що література, присвячена системі динамічної математики GeoGebra і її використанню у процесі вивчення математики, на українській і російській мовах практично відсутня [14]. Також ведеться розробка дистанційних курсів, присвячених функціональним можливостям GeoGebra і методиці їх використання у навчальному процесі, які планується використовувати для підвищення рівня фахової майстерності вчителів математики у період між плановою курсовою перепідготовкою.

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** На підставі проведених досліджень, аналізу функціональних можливостей програми, засобів для підтримки її користувачів, досвіду використання програми в інших країнах можна зробити висновок, що GeoGebra є сучасним й інноваційним засобом для вивчення і

викладання математики, використання якого сприяє підвищенню якості навчального процесу. Організація модель-орієнтованого навчання за допомогою інтерактивних комп'ютерних моделей, створених за допомогою GeoGebra, є перспективним напрямком у модернізації процесів вивчення і викладання математики. Необхідна подальша робота у напрямку продовження розробки науково-методичного і дидактичного забезпечення використання GeoGebra і ІКМ, створених за її допомогою. Потрібно продовжити дослідження, спрямовані на створення оптимальних умов для перманентного підвищення рівня фахової майстерності вчителів математики у галузі використання ІКТ у навчальному процесі взагалі та СДМ GeoGebra, зокрема.

### Список використаних джерел

1. Закон України „Про основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007–2015 роки” [Електронний ресурс] // Відомості Верховної Ради України (ВВР). — 2007. — № 12. — С. 102. — Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/537-16>. — Назва з екрана.
2. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів. / Жалдак М. І. — Видання 2-е, перероблене та доповнене. — К. : РННЦ «ДІНІТ», 2003. — 324 с.
3. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером : посібник для вчителів. / Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. — К.: РННЦ «ДІНІТ», 2004. — 254 с.
4. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: посіб. для вчителів і студ. /Т. Г. Крамаренко; за ред. М. І. Жапдака. — Кривий Ріг : Видавничий дім., 2008. — 272 с.
5. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках геометрії : посібник для вчителів / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. — К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2000. — 168 с.
6. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG : посібник для викладачів математики. / [Раков С. А., Горох В. П., Осенков К. О. та ін.]. — Харків : ХДПУ, 2002. — 108 с.
7. Горошко Ю. В. Розв'язування задач з параметрами за допомогою програми «GRAN-1». / Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. // Математика в школі. — 2008. — № 7–8(84).

8. Кушнір В. А. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання. / Кушнір В. А., Ріжняк Р. Я. // Математика в школі. — 2009. — №10 (97).
9. *Покришень Д. А.* Розв'язування задач з параметрами за допомогою програмного засобу «GRAN1». [Електронний ресурс] / Покришень Д. А. // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2009. — № 5 (13). — Режим доступу до журналу : <http://www.ime.edu-ua.net/em.html>.
10. *Покришень Д. А.* ІКТ для розв'язування системи нерівностей. / Д. А. Покришень, Є. Ю. Носенко // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2012. — № 1 (27). — Режим доступу до журналу : <http://www.journal.iitta.gov.ua>.
11. *Раков С. А.* Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. — К., 2005. — 381 с.
12. *Грамбовська Л. В.* Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі. / Грамбовська Л. В., Яковчук О. М. // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2010. — № 7. — С. 14–17.
13. *Ракута В. М.* Програми для роботи з функціями та графіками. / Ракута В. М. // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2010. — № 7 (87). — С. 29–33.
14. *Ракута В. М.* Бібліотека комп'ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. / Ракута В. М. // Наукові записки. — Вип. 98. — Серія : Педагогічні науки. — Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. — С. 246–249.
15. Schoen R. Model-Centered Learning. Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra / Schoen R. (Ed.). — Sense Publishers, AW Rotterdam, The Netherlands, 2011. — 257 p.
16. Hohenwarter M. Creating mathlets with open source tools / Hohenwarter M., Preiner J. // Journal of Online Mathematics and its Applications. — 2007. — № 7.— P. 78–83.
17. Kaput J. Technology and mathematics education / Kaput J. In D. A. Grouws (Ed.) — New York : Macmillan, 1992. — 556 p.
18. Gonzales P. Highlights from the trends in international mathematics and



science study [Electronic resource] / [Gonzales P., Guzman J. C., Partelow L., Pahlke E., Jocelyn L., Kastberg D., & Williams] — Т. : TIMSS, 2003. — Access mode : <http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2005005>.

19. Cuban L. High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox / Cuban L., Kirkpatrick H. & Peck C. // American Educational Research Journal. — 2001. — № 38 (4). — P. 813–834.

20. Горошко Ю. В. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики / Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редрада. — К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. — № 4 (11). — С. 56–62.

21. Ракута В. М. GeoGebra для початківців: навчальний посібник. / Ракута В. М. — Чернігів : ЧОІППО ім. К. Д. Ушинського, 2011. — 49 с.

## **СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA КАК ИННОВАЦИОННОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ**

**Ракута Валерий Михайлович**, старший преподаватель кафедры информационно-коммуникационных технологий в образовании Черниговского областного института последипломного педагогического образования имени К. Д. Ушинского, г. Чернигов, e-mail: rakuta\_valera@mail

### **Аннотация**

Статья посвящена проблемам, связанным с разработкой и внедрением свободных педагогических программных продуктов в учебный процесс ОУЗ Украины. Система динамической математики GeoGebra является одной из таких программ.

В статье проанализированы функциональные возможности GeoGebra с точки зрения инновационности и перспективы их использования в процессе изучения математики. Рассмотрены вопросы научно-методического и дидактического обеспечения применения GeoGebra. Значительное внимание уделено средствам онлайн поддержки пользователей программы. Приведены примеры использования интерактивных компьютерных моделей, созданных с помощью GeoGebra, в процессе изучения школьного курса математики. Подчеркнута важность

организации подготовки учителей к использованию GeoGebra в учебно-воспитательном процессе.

**Ключевые слова:** система динамической математики, GeoGebra, информационно-коммуникационные технологии, математика, инновации, методика, учебно-воспитательный процесс, интерактивные компьютерные модели, Интернет.

## **GEOGEBRA DYNAMIC MATHEMATICS SYSTEM, AS INNOVATIVE TOOL FOR THE STUDY OF MATHEMATICS**

**Valeriy M. Rakuta**, senior lecturer, Department of information and communication technologies in education, Chernihiv K. D. Ushinsky Regional Institute of Postgraduate Pedagogical Education, Chernihiv, e-mail: rakuta\_valera@mail

### **Resume**

The article is dedicated to the problems concerning the development and introduction of independent program products into the teaching process in secondary schools of Ukraine. One of such programs is GeoGebra dynamic Mathematics system.

The functional opportunities of GeoGebra from the point of view of innovation and its future use in the Mathematics learning process have been analyzed in the article. The aspect of scientific-methodological and GeoGebra didactic software has been also considered. Great attention has been given to the on-line tools supporting the programs' users. A lot of examples how to use interactive computer models based on GeoGebra in the school Mathematics course were offered in the article. The author emphasizes the importance of organizing training future teachers to use GeoGebra in the teaching and educational processes.

**Keywords:** GeoGebra, dynamic Mathematics system, information and communication technologies, Mathematics, innovation, method, teaching and educational processes, interactive computer models, Internet.