

УДК 373.1

**Михалевич Володимир Маркусович**

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики  
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна  
*vmykhal@gmail.com*

**Тютюнник Оксана Іванівна**

асистент кафедри вищої математики  
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна  
*vs.tutunnik@rambler.ru*

## **ПРОЕКТУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ**

**Анотація.** З позицій теорії навчальних задач висвітлено проблему підміни в умовах застосування ІКТ навчальної задачі з однієї дисципліни навчальною задачею з іншої дисципліни. На прикладі математичних задач лінійного програмування показано, що спосіб дії студента під час розв'язування навчальної задачі є визначальним у ідентифікації навчальної задачі відносно до конкретної дисципліни: лінійне програмування; інформатика; математичне моделювання; методи оптимізації; теорія автоматичного управління; чисельні методи тощо. Обґрунтовано необхідність оновлення навчальних задач лінійного програмування з метою звільнення студентів від громіздких однотипних арифметичних обчислень і записів, що найчастіше стає перепоною глибшому розумінню ключових ідей, які покладено в основу використовуваних ними алгоритмів.

**Ключові слова:** навчальна задача; спосіб дій; системи комп'ютерної математики; лінійне програмування.

### **1. ВСТУП**

**Постановка проблеми.** У Національній стратегії розвитку освіти в Україні на період до 2021 року зазначено, що “пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечують удосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві ” [1]. Важливою складовою сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) навчання вищої математики є такі, що базуються на застосуванні систем комп'ютерної математики (СКМ). Наукова спільнота пов'язує з використанням СКМ можливість істотного підвищення якості математичної підготовки студентів економічних та інженерних спеціальностей як базового рівня професійної компетентності. Використання подібних систем “створює передумови для кардинального оновлення як змістово-цільових, так і технологічних сторін навчання, що проявляється у суттєвому збагаченні системи дидактичних прийомів, засобів навчання і на цій основі формуванні нетрадиційних педагогічних технологій, заснованих на використанні комп'ютерів ” [2]. У той же час, як показує світовий і вітчизняний досвід, кардинальне оновлення змістово-цільових і технологічних сторін у навчанні вищої математики виявилось надто складною проблемою. Низка проблем, що стримують широке й ефективне використання СКМ у навчанні вищої математики, проявляються у створенні ситуації, яку точно охарактеризовано В. П. Дьяконовим [3] і яка полягає у небезпеці підміни навчання основ математики навчанням основ роботи з цими математичними системами. Повною мірою це відноситься і до лінійного програмування, як одного з розділів вищої

математики. Важливим компонентом і основною одиницею навчальної діяльності є навчальна задача.

Отже, проблема проектування навчальних задач з лінійного програмування (ЗЛП) в умовах використання СКМ набуває нині особливої актуальності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемам використання СКМ у навчанні математики в навчальних закладах різного рівня присвячені роботи К. В. Власенко, В. П. Дьяконова, М. І. Жалдака, Ю. Г. Лотюка, В. І. Ключка, В. М. Михалевича, Н. В. Морзе, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, О. В. Співаковського, С. О. Семерікова, Ю. В. Триуса та багатьох інших.

Нині накопичено значний обсяг напрацювань теоретичного і прикладного характеру із застосування СКМ в навчанні вищої математики. Найціннішими є матеріали, які стосуються покращення наочності, яку також називають “інтерактивною наочністю” [4], а також реалізація концепції адаптації сучасних СКМ для навчання математики учнів і студентів через створення навчальних тренажерів для автоматизованого відтворення покрокового ходу розв’язування типових математичних задач. Показано, що використання вказаних тренажерів є ефективним сучасним засобом формування умінь і навичок розв’язування типових задач вищої математики як елементів процедурної компетентності майбутніх спеціалістів інженерних спеціальностей [5].

У той же час питанням проектування нового типу навчальних задач в умовах використання СКМ приділено недостатньо уваги.

**Мета статті** полягає в розробці теоретичних засад проектування нового типу навчальних ЗЛП в умовах використання СКМ.

## 2. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження проводилися в рамках виконання кафедральної науково-дослідної роботи з теми “ Інформаційно-комунікаційні технології навчання фундаментальних та спеціальних дисциплін ” кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету. Під час дослідження використовувались такі методи: аналіз теоретичних джерел із проблем використання ІКТ та СКМ у навчанні математики учнів та студентів, аналіз психолого-педагогічної літератури з теорії навчальних задач і навчально-методичної літератури з лінійного програмування, діагностика знань студентів, узагальнення й оцінювання результатів.

## 3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Застосування симплекс-таблиць є традиційним методом розв’язання ЗЛП за симплекс-алгоритмом. Саме формування знань, умінь та навичок розв’язування ЗЛП за допомогою симплексних перетворень, що відображують у послідовності симплекс-таблиць, є однією з основних традиційних цілей найважливішої теми курсу лінійного програмування, як змістового модуля дисципліни “математичне програмування”.

У ході багаторічних експериментів і спостережень нами виявлено, що типовою є ситуація, коли студенти освоюють техніку заповнення симплекс-таблиць під час розв’язування типової ЗЛП, але наразі не розуміють сутності виконуваних ними операцій. За 3 роки опитано 527 студентів. Із них сформували високий рівень навичок розв’язування ЗЛП за допомогою симплекс-таблиць тільки 54 %.

80 % студентів (з тих, хто сформував високий рівень навичок розв'язування ЗЛП за допомогою симплекс-таблиць) не змогли дати відповідь на запитання: навіщо ми ділимо всі коефіцієнти розв'язувального рядка на розв'язувальний елемент?

60 % студентів не відповіли на запитання: за якими формулами відбувається переобчислення коефіцієнтів і вільних членів при переході до наступного опорного розв'язку.

67 % студентів не відповіли на запитання:

1. У чому сутність операцій визначення розв'язувального рядка?

1.1. Чому вибирається найменше з додатних значень відомого співвідношення?

1.2. Чому відсутність додатного значення для відомого співвідношення в жодному з рядків є свідченням відсутності розв'язку ЗЛП через необмеженість області допустимих значень?

48 % студентів не відповіли на запитання:

1. У чому полягає сутність перевірки поточного опорного розв'язку на оптимальність? Чим є числа в рядку (часто їх називають оцінками), за знаками яких здійснюється висновок про оптимальність поточного опорного розв'язку?

1.1. Обґрунтуйте тезу "Однаковість знаків перед коефіцієнтами у відповідному рядку є необхідною ознакою оптимальності поточного опорного розв'язку".

1.2. Обґрунтуйте тезу "Необхідною та достатньою ознакою оптимальності поточного опорного розв'язку в ЗЛП на знаходження найбільшого значення є відсутність додатних коефіцієнтів у відповідному рядку".

1.3. Обґрунтуйте тезу "Необхідною та достатньою ознакою неоптимальності поточного опорного розв'язку є наявність у відповідному рядку коефіцієнтів різних знаків".

100 % студентів не відповіли на наступні запитання:

1. У чому полягає сутність симплекс-перетворень за формулами Гауса і що в цьому контексті означає зміна місцями вільної і базисної змінних?

2. У чому принципова відмінність розв'язання СЛР за схемами Жордана-Гауса та єдиного ділення (підказка: формули для переобчислення коефіцієнтів і вільних членів одні й ті самі)?

Попереднє запитання пов'язане з тим, що в курсі лінійної алгебри студенти часто освоюють метод Гауса лише за схемою єдиного ділення. Перетворення симплекс-таблиць більше схоже саме на схему Жордана-Гауса.

Опосередкованим підтвердженням того, що описана ситуація є типовою і нелокальною, наведемо висловлювання професора О. В. Співаковського "Сьогодні актуальним є застосування сучасних інформаційних технологій у тих сферах розумової діяльності, що є найбільш складними для сприйняття, оскільки навчання обумовлюється значною кількістю рутинної роботи. Суттєва кількість обчислень, яка супроводжує відшукування розв'язку тієї чи іншої задачі, не дає можливості учневі засвоїти сутність досліджуваних процесів і явищ і, як наслідок, не формує необхідних знань та вмінь" [6].

Попри це, у ході багаторічних спостережень нами виявлено тенденцію на зниження мотивації студентів до опанування симплекс-алгоритму розв'язування ЗЛП шляхом засвоєння правил заповнення симплекс-таблиць. Це пояснюємо зниженням інтересу студентів до засвоєння громіздких дій, що базуються на арифметичних обчисленнях. Такий стан є природним на фоні глобальної інформатизації суспільства.

Деякі автори [7; 8] звертають увагу на те, що сучасні умови інформатизації суспільства породжують нові властивості, які проявляються в нових психологічних

установках студентів, їх звичках, мотивації, у процесах сприйняття інформації. І роблять висновок, що викладання має бути звернене не просто до студента, а до тандему “студент + комп’ютер”.

Професор В. І. Клочко, аналізуючи різні підходи до проектування змісту курсу вищої математики в технічних ВНЗ в умовах використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій висуває дві альтернативні концепції. Одна з них полягає в створенні нових комп’ютеризованих курсів математики з повною перебудовою навчального процесу. Інша — в розробці методики використання СКМ (MathCAD, Mathematica, Maple, DERIVE, GRAN2) під час вивчення традиційних математичних курсів. Беручи до уваги канонічну структуру і зміст курсу вищої математики, перевага віддається другій концепції, як більш перспективній [9].

Утім, не тільки не розкрито саме поняття “комп’ютеризований курс математики з повною перебудовою навчального процесу”, а й не дано його характерних ознак. Вважаємо, що “комп’ютеризований курс математики з повною перебудовою навчального процесу” можна порівняти з “комп’ютеризованим курсом креслення”. Упродовж багатьох останніх років під час роботи над курсовими і дипломними роботами студенти виконують креслення, виключно користуючись відповідними програмними комплексами систем автоматизованого проектування і розрахунку, які призначені для автоматизації робіт промислового підприємства на етапах конструкторської і технологічної підготовки виробництва: ArchiCAD, AutoCAD, Autodesk Inventor, CorelCAD, nanoCAD, OrCAD, P-CAD, Pro/ENGINEER, Solid Edge, SolidWorks, Spectra, SprutCAM, T-FLEX CAD, Компас та багато ін. Нині з основами роботи в середовищі цих і подібних їм додатків студенти починають ознайомлюватися вже на перших курсах навчання в університеті. Але ще 5–10 років тому, коли дипломні роботи і проекти переважна більшість студентів уже виконували виключно із застосуванням програмних додатків зазначеного типу, деякі викладачі, залишаючись у полоні традиційних уявлень, навчальну діяльність з дисципліни “Інженерна та комп’ютерна графіка ” проектували з огляду на обов’язкове використання студентами олівця, лінійки та інших креслярських інструментів. Попри все, засоби комп’ютерного креслення використовувати заборонялось! Навчальні завдання, що були виконані у такий спосіб, просто не зараховувалися студентам. Що стосується діяльності, яка пов’язана з кресленням, то в цій галузі повна комп’ютеризація з корінною перебудовою змісту відбулася відносно у стислі терміни. Що ж стосується навчального процесу з вищої математики, то тут, як бачимо, процеси перебудови проходять значно складніше, повільніше та болочіше. Тим не менше, висловимо припущення, що характерна ознака “комп’ютеризованого курсу математики з повною перебудовою навчального процесу” полягає у забезпеченні стовідсоткової роботи студента у відповідному електронному середовищі з практичним виключенням символічних або чисельних ручних обчислень та побудов.

На наш погляд, врешті-решт ми маємо прийти до створення нових комп’ютеризованих курсів математики, але передувати цьому має тривалий період пошуку прийомів використання СКМ через створення на їх основі програмних засобів навчального призначення з високим рівнем інтелектуальної складової.

Зауважимо, що пошук зазначених прийомів виявився складною проблемою. Звичайно, є ціла низка ситуацій, у яких застосування СКМ є відносно простим і очевидно ефективним. У наукових роботах і навчальних посібниках з різних розділів вищої математики накопичено багато подібних прикладів, до яких можна віднести демонстрацію графіків апроксимації трансцендентних функцій поліномами різних степенів; побудову частинних розв’язків диференціального рівняння і графіків функцій для візуалізації різних типів невизначеності при знаходженні відповідних границь,

побудову двовимірних і тривимірних областей інтегрування, перевірку правильності розв'язання широкого кола типових задач та багато інших.

“Є одна область застосування СКМ, яка підтримується майже всіма педагогами шкіл і ВНЗ. Це графічна візуалізація розв'язування математичних задач, завдяки такій можливості за кілька секунд без громіздких і тривалих обчислень можна зрозуміти суть розв'язування задачі, реалізувати багатоваріантність обчислень, на які просто не вистачає часу при традиційних підходах” [10].

Проте, як зазначається в [5, 11], потенціал СКМ, з точки зору підвищення ефективності навчального процесу з вищої математики, незрівнянно більш потужний. Однак пошук можливих шляхів використання цього потенціалу є доволі непростою справою. Для розкриття сутності проблем, що виникають на шляху пошуку прийомів використання СКМ у навчанні різних розділів вищої математики, зокрема, лінійного програмування, потрібно розглянути поняття *навчальної задачі*.

У класичних психолого-педагогічних працях Б. Д. Ельконіна навчальна задача вважається основною одиницею навчальної діяльності, чи не найважливішим її компонентом [12].

Відомий дослідник психології навчання Ю. І. Машбиць зазначає, що поняттю “навчальна задача” присвячено чимало досліджень, але загальноприйнятого трактування даного поняття не існує. У той же час отримало широке поширення трактування Д. Б. Ельконіним поняття “навчальної задачі” у співставленні її з практичною задачею [13]. Навчальна задача спрямована на засвоєння певного способу дії, у той час, як практична — на отримання результату, що міститься в умові задачі. Під час розв'язання будь-якої із цих задач суб'єкт набуває певних знань, але винятковий вплив на функціонування і розвиток навчальної діяльності мають саме навчальні задачі.

Розглянемо вказані положення більш детально відповідно до [12].

Надалі під суб'єктом розумітимемо студента, який розв'язує конкретну задачу — навчальну чи практичну.

*Об'єктами дії суб'єкта*, який розв'язує *практичну задачу*, є конкретні одиничні предмети, з якими діє суб'єкт і в які він вносить зміни.

*Об'єктами дії суб'єкта*, який розв'язує *навчальну задачу*, є не вказані конкретні одиничні предмети, а те, як слід вносити подібні зміни в предмети. Об'єктом навчального засвоєння є не предмети, з якими діє суб'єкт і не їхні конкретні властивості, а самі способи змін цих предметів.

Під час розв'язання навчальної або практичної задачі суб'єкт домагається змінити об'єкт своєї дії. Наразі зміни також відбуваються і в самому суб'єкті.

У той же час *метою і результатом розв'язання суб'єктом практичної задачі* є деякий змінений об'єкт.

*Метою і результатом розв'язання суб'єктом навчальної задачі* є здійснення заданих змін у самому суб'єкті.

Саме так мету і результат трактує і Ю. І. Машбиць. Якщо у пізнавальних і виробничих діяльностях розв'язок задачі виступає як їх прямиий продукт, то результат у вигляді розв'язку навчальної задачі важливий не сам собою, а як певний показник сформованості навчальної діяльності і як засіб досягнення цілей навчальної діяльності. Те, що розв'язок навчальної задачі — це не продукт, а засіб досягнення цілей навчальної діяльності, визначає одну винятково важливу особливість контролю за цією діяльністю як викладачем, так і суб'єктом. Якщо в інших видах діяльності контролю підлягає переважно їх продукт, то викладач контролює не стільки розв'язок задачі (продукт), скільки зміни у суб'єкті, які відбулися під час розв'язання навчальної задачі. Адже саме ці зміни є дійсним продуктом навчальної діяльності [13].

Принципова відмінність зазначених задач і проявляються в тому, що вони характеризуються різними *об'єктами дій*, а головне, мають різну *мету* і *результат*.

В. В. Давидов, аналізуючи наукові досягнення Д. Б. Ельконіна в галузі педагогічної психології, підкреслює, що розкрита специфічна структура навчальної діяльності, яка включає в себе навчальні задачі. Своєрідність навчальної задачі полягає в тому, що і її розв'язанні суб'єкт не тільки засвоює поняття й узагальнені способи їх отримання, але і змінюється сам, як особистість. Якщо під час розв'язування конкретно-практичної задачі суб'єкт засвоює переважно окремі результати, то для розв'язання навчальної задачі він опановує загальні способи отримання цих результатів [12].

Наведене трактування практичних і навчальних задач надало можливість Б. Д. Ельконіну поставити питання про мету навчальної задачі і її зміст. У [12] зазначається, що суттєвим елементом навчальної задачі є її мета, *змістом якої слугує спосіб дії*.

Отже, *змістом мети навчальної задачі слугує спосіб дії*.

Під *способом дії* розуміють конкретну дію з матеріалом, що полягає в такому його розчленуванні, яке визначає не тільки всі наступні окремі прийоми, але й етапність їх здійснення [12].

Наслідуючи Ю. І. Машбиця, під *способом дії* ми розумітимемо систему операцій, яка забезпечує розв'язання навчальних задач певного типу. З посиланням на Л. В. Берцфаї в [13] підкреслюється, що навчальна задача має місце там, де засвоєння необхідного способу дії є основною метою суб'єктів. Під час розв'язання ж практичної задачі основним виступає результат, а спосіб дії — це тільки побічний продукт діяльності суб'єктів.

Саме такого тлумачення способу дії притримуються й ціла низка науковців, що досліджують навчальні задачі з вищої математики та інформатики.

Так у [14] з посиланням на [15] навчальним задачам відводиться особливе місце в діяльності студентів, яке відрізняється від виробничої діяльності. “В останніх результат розв'язання задачі відповідає меті діяльності і є її прямим продуктом, а результат розв'язання навчальної задачі має значення не сам по собі, а лише у зв'язку з процесом розв'язування навчальної задачі — як певний показник функціонування навчальної діяльності, рівня її сформованості. Отже, розв'язання навчальної задачі не є метою діяльності, а тільки засобом досягнення цієї мети”.

Професор О. В. Співаковський, аналізуючи СКМ, відзначає, що такі додатки створені для професійної роботи, у якій основною метою є “отримання розв'язку задачі (знаходження відповіді). Однак навчальна практична діяльність має певну специфіку. Зокрема, метою учня є побудова ходу розв'язування математичної задачі, а не лише отримання відповіді. Учитель оцінює лише це. Тому педагогічно орієнтовані математичні системи повинні підтримувати саме процес розв'язування математичної задачі” [6].

Очевидно, що спосіб дії залежить від вибраного способу розв'язання задачі. Г. О. Балл під *способом розв'язання задачі* розуміє будь-яку процедуру, яка при її здійсненні певним вирішувачем може забезпечити розв'язання цієї задачі [16]. Серед способів розв'язання задач виділяються алгоритмічні або квазіалгоритмічні способи, які є алгоритмічними або квазіалгоритмічними процедурами.

Викладемо свою точку зору з приводу наведених тлумачень *способу розв'язання задачі* і *способів дії* під час розв'язування задачі на прикладі типової ЗЛП: серед всіх невід'ємних розв'язків системи лінійних нерівностей

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 5, \\ x_1 \leq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

потрібно знайти такий, для якого лінійна функція

$$z = 9x_1 + 12x_2$$

набуває найбільшого значення.

За спосіб розв'язання вказаної ЗЛП можна вибрати декілька варіантів: графічний спосіб; симплекс-метод; спосіб, що базується на використанні програмних додатків.

Вибраний спосіб розв'язання ЗЛП впливає на способи дій, які виконуватиме суб'єкт під час розв'язання задачі, але не визначає їх однозначно. Фактично, спосіб розв'язання ЗЛП визначає відповідну підмножину способів дій. Так, спосіб розв'язання ЗЛП, що базується на використанні програмних додатків може бути конкретизований вибором додатка Excel. У результаті з усієї підмножини способів дій, які відповідають способу розв'язання ЗЛП, що базується на використанні програмних додатків, буде виділена підмножина способів дій, які визначаються вибором додатка Excel. Подальше конкретизування способу розв'язання ЗЛП може бути обумовлене вимогою застосування або не застосування надбудови Excel "Пошук розв'язку" тощо.

Вибір способу розв'язання ЗЛП, що базується на симплекс-методі, також можна конкретизувати додатковими умовами: а) шляхом ручного заповнення послідовності симплекс-таблиць; б) шляхом напівавтоматизованого заповнення послідовності симплекс-таблиць із використанням середовища СКМ або електронних таблиць; в) відтворення симплекс-методу з використанням середовища СКМ або електронних таблиць без застосування ідеології симплекс-таблиць тощо.

Очевидно, що кожному з представлених варіантів відповідає своя підмножина способів дій, яку, у свою чергу, можна знову обмежувати введенням додаткових умов.

Поряд зі *способом розв'язання задачі* Г. О. Балл висвітлює тісно пов'язане з ним "поняття *процесу розв'язання задач*", яке в окремому випадку тлумачить, як реалізацію деякого способу розв'язання під час знаходження розв'язку певної (конкретної) задачі. У [16] підкреслюється, що для описання процесу розв'язання задачі необхідно враховувати "не тільки здійснювані вирішувачем операції самі по собі (як це має місце при описанні способу розв'язання), але також часові та енергетичні витрати на їх здійснення, так само як і інші явища, що супроводжують оперування або представляють собою його властивості".

Вважаємо, що з огляду на наведене тлумачення поняття *процесу розв'язання задачі*, останній визначається не тільки вибраним *способом розв'язання задачі*, але й заданим викладачем або знайденим суб'єктом *способом дій*.

Отже, у процесі проектування навчальної задачі з вищої математики в умовах використання ІКТ і СКМ, зокрема, надзвичайно важливим є визначення способу дій суб'єкта під час її розв'язання. Саме спосіб дій надає можливість визначити, до якої навчальної дисципліни відноситься конкретна навчальна задача.

Наведені елементи теорії навчальних задач надають можливість розкрити сутність проблеми "підміни навчання основам математики навчанням основам роботи з цими математичними системами". Фактично мова йде про *підміну навчальної задачі однієї дисципліни навчальною задачею з іншої дисципліни*.

Особливої актуальності вказана проблема набуває під час проектування навчальних ЗЛП в умовах використання СКМ та інших додатків. Це пов'язано з тим, що на основі математичних задач, які відносяться до розділу лінійного програмування, створено навчальні задачі з багатьох інших дисциплін, наприклад, інформатики, математичного моделювання, методів оптимізації, чисельних методи тощо. За останні півтора десятка років в різних джерелах з'явилась величезна кількість варіантів модифікації вказаних навчальних задач на основі застосування програмних додатків до їх розв'язання й аналізу. Значна частина таких варіантів попала в численні навчальні посібники з математичного програмування. Але правомірність і доцільність використання вказаних задач як навчальних у курсі лінійного програмування залишається дискусійним питанням.

У першу чергу це стосується навчальних задач, у яких для розв'язання ЗЛП пропонується застосовувати надбудову "Пошук розв'язку" електронних таблиць Excel [17]. Тобто, заданий спосіб розв'язку ЗЛП із застосуванням надбудови "Пошук розв'язку" визначає відповідний спосіб дій, що позиціонує дану навчальну задачу як типову навчальну задачу з інформатики, і може розглядатися під різним кутом зору: а) як ознайомлення з можливостями додатка Excel стосовно розв'язання математичних задач, зокрема, оптимізаційних; б) як ознайомлення з можливостями розв'язання математичних задач у різних програмних додатках; в) як ознайомлення з можливостями розв'язування оптимізаційних задач у різних програмних додатках.

Доречно розглянути міркування авторів [18] з приводу можливості використання табличного матричного процесора Excel у вивченні математичних дисциплін студентами інженерних спеціальностей. Указані автори відзначають, що на відміну від курсів інформатики, запропонована ними методика викладення матеріалу ведеться не "від пакетів програм та їхніх можливостей", а "від конкретних завдань математичного змісту до способів їх розв'язання на комп'ютері".

Погоджуємося з тим, що концепція викладення матеріалу "від пакетів програм та їх можливостей" є характерною для курсу інформатики. Але заміна вказаної концепції викладення матеріалу на концепцію "від конкретних завдань математичного змісту до способів їх розв'язання на комп'ютері", на наш погляд, більш характерна для курсів математичного моделювання ніж для стандартного курсу вищої математики, який вивчають студенти нематематичних спеціальностей. Заміна однієї концепції на іншу в даному випадку не забезпечує розв'язання проблеми підміни навчальної задачі з курсу дисципліни вища математика навчальною задачею з однієї із інших дисциплін: інформатика, математичне моделювання, методи оптимізації, теорія автоматичного управління тощо.

Проектування навчальних ЗЛП в умовах використання СКМ має відбуватися відповідно до принципів, що сформульовані академіком НАПН України М. І. Жалдаком і які полягають у поступовому і неантагоністичному вбудовуванні інформаційно-комунікаційних технологій у діючі дидактичні системи, без руйнівних перебудов і реформ. У вказаних принципах особливо підкреслюється, що використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим і доцільним, теоретично й експериментально обґрунтованим, заснованим на гармонійному поєднанні традиційних і комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання [19].

Розглянемо застосування наведених принципів у проектуванні нового типу навчальних ЗЛП в умовах використання СКМ. Одна з навчальних задач у традиційному курсі лінійного програмування спрямована на закріплення знань, умінь та навичок розв'язування відповідних математичних задач довільної розмірності за допомогою симплекс-методу.



Звісно, що з огляду на канонічну структуру і зміст курсу лінійного програмування ми маємо залишити математичну задачу, яка покладена в основу побудови навчальної задачі. З огляду на принцип поступового і неантагоністичного вбудовування ІКТ у діючі дидактичні системи, без руйнівних перебудов і реформ, вважаємо обов'язковим залишити спосіб розв'язування ЗЛП, що базується на застосуванні симплекс-методу. Проте, як відомо, застосування вказаного методу призводить до необхідності виконання суб'єктом громіздких арифметичних обчислень. За своєю суттю заповнення симплекс-таблиць зводиться до багаторазового обчислення визначників другого порядку, що визначаються такими співвідношеннями:

$$\begin{cases} a'_{kl} = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & a_{il} \\ a_{kj} & a_{kl} \end{vmatrix} = a_{kl} - a_{kj} \cdot a_{il}, \\ b'_k = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & b_i \\ a_{kj} & b_k \end{vmatrix} = b_k - a_{kj} \cdot b_i. \end{cases} \quad (k \neq j)$$

де  $i, j$  — відповідно номери розв'язувальних рядка і стовпця;  $a_{kl}$ ,  $a'_{kl}$  — відповідно попереднє і нове значення коефіцієнта перед змінною, яка розташована в  $k$ -тому рядку та  $l$ -тому стовпці;  $b_k$ ,  $b'_k$  — відповідно попереднє і нове значення вільного члена в  $k$ -тому рядку.

М. І Жалдак відзначає, що “комп'ютер створювався для того, щоб звільнити людину від рутинних операцій”. До рутинних операцій відносять складні обчислення і графічні побудови [19]. Саме інформатизація навчального процесу значною мірою сприяє звільненню студентів і викладачів від необхідності виконання громіздких рутинних, технічних операцій, натомість створює умови й надає їм усіх можливостей для розв'язування пізнавальних, творчих проблем. З використанням ІКТ із студента знімається рутинна проміжних дій. Такі дії можуть бути доведеними до автоматизму, але, на їх виконання потрібний певний час і розумові зусилля, які можна й потрібно використовувати із значно більшим ефектом.

Професор Ю. В. Триус [10] разом з авторами [10] поділяє думку про те, що комп'ютерна підтримка надає можливість студенту звільнитися не тільки від рутинної роботи з проведення однотипних і громіздких обчислень, але й від проведення складних математичних операцій, якщо вони вже засвоєні ним раніше.

Аналогічні думки висловлюються і багатьма іншими науковцями. О. В. Співаковський вважає, що студенти добре ознайомлені з алгоритмом розв'язування системи лінійних рівнянь, зокрема із знаходженням загального і частинних розв'язків. Проблема, на думку автора, полягає у необхідності витрачати навчальний час на виконання обчислень для знаходження відповіді. З цього приводу автор [6] зазначає, що “Недоліком є і те, що розв'язування майже всіх типів практичних задач лінійної алгебри пов'язано із значним обсягом рутинних арифметичних обчислень і супроводжується дуже громіздкими однотипними записами”. Серед таких задач згадується: розв'язування систем лінійних рівнянь, обчислення визначників, матриць переходу до іншого базису.

“Відомо, що в традиційних технологіях навчання лінійної алгебри, як і будь-якої іншої математичної дисципліни, не завжди використовується ефективний інструментарій (дошка, крейда, ганчірка — для викладача, зошит й авторучка — для студента). Отже, під час лекції викладач вимушено і свідомо спрощує системи прикладів, що ілюструють основні теоретичні положення, або взагалі їх уникає. У процесі практичного заняття значна частина часу витрачається студентами на виконання дій, які не тільки не пов'язані із суттю використовуваних алгоритмів і методів, а й за своїм рівнем відповідають лише середнім класам загальноосвітньої

школи. Це, зазвичай, заважає студентам зосередитись на основних моментах навчального матеріалу і виконувати достатню для надбання вмінь і закріплення навичок кількість завдань. Практика свідчить, що більшість студентів належно не усвідомлюють зв'язків між основними теоретичними аспектами курсу і практичними задачами саме через те, що під час розв'язування останньої навіть методом, який є безпосереднім наслідком теореми, лише 5–10 % часу вони витрачають на пошук й аналіз методу розв'язання, а 85–90 % часу, що відведено на задачу, — на обчислення й переписування результатів” [6].

Звернемо увагу, що ці думки були висловлено 10 років тому. На сьогоднішній день актуальність порушених питань не зменшилась.

Автори [21], які здійснили спробу поєднати класичний підручник з основ лінійної алгебри й методичні розробки з використання аналітичного пакета Maple, переваги застосування СКМ пов'язують з можливістю легко виконувати громіздкі процедури, які притаманні задачам лінійної алгебри, і позбавити студентів від довгих арифметичних рутинних обчислень, обсяг яких, звісно, заважає студентам глибше зрозуміти ідею, концепцію підходу або постановку задачі.

У роботі [22] зазначається, що “застосування СКМ в освіті позбавляє студентів від виконання рутинних обчислень, вивільняє час на обмірковування алгоритмів розв'язування задач, постановки задач і побудови відповідних математичних моделей, подання результатів у найбільш зручній формі. Вивільнений час можна використати для більш глибокого вивчення математичної сутності задач і методів їх розв'язання. При цьому відкриваються нові можливості щодо гуманізації навчального процесу та гуманітаризації освіти, диференціації навчання відповідно до запитів, нахилів і здібностей студентів. Використання СКМ не тільки не позбавляє студентів вмінь розв'язувати математичні задачі, а навпаки, здатне суттєво їх поглибити”.

Тут навмисне наведено однотипні думки різних авторів з питання використання комп'ютера для зменшення рутинних дій студентів, що пов'язані з необхідністю проведення громіздких арифметичних обчислень. Оскільки мова йде про намір авторів цієї статті відмовитися від *способу дій* суб'єкта під час розв'язування традиційної навчальної ЗЛП симплекс-методом шляхом ручного заповнення симплекс-таблиць. Указана задача давно стала класичною й розтиражована у десятках мільйонів підручників і навчальних посібників по всьому світу. Тому кардинальна перебудова цієї навчальної задачі шляхом формування нового *змісту її мети* вимагає ретельного обґрунтування і виваженості.

Під час обговорення впливу комп'ютеризації на цілі, зміст і методи навчання і відповідної модернізації навчального процесу автори [7, 8] виділяють першочергові для вирішення питання, до яких відносять таке: які з освоєних умінь потрібно передати комп'ютеру, а що залишити людині, і чому?

У роботі [16] з посиланням на [23] звертається увага на те, що розв'язання задачі не має зводитися до механічного виконання операцій над заданими величинами, без розуміння сутності виконуваних дій. Повний ефект може бути досягнутий тільки за умови, коли суб'єкт усвідомлює, що за допомогою математики він не тільки отримав правильну відповідь на поставлене в задачі окреме запитання, але і повністю розібрався в тих процесах, явищах, станах, які пов'язані з розв'язанням задачі.

Це означає, що недостатньо просто оволодіти будь-яким способом розв'язання, у цьому випадку — навичками заповнення симплекс-таблиць. Необхідним є формування у студентів глибокого розуміння суті виконуваних ними операцій. Водночас саме обсяг рутинних дій із заповнення симплекс-таблиць найчастіше стає перепорою, що заважає студентам глибшому розумінню ключових ідей, які покладено в основу симплекс-методу, а також їх зв'язок з такими фундаментальними поняттями, як системи лінійних

алгебраїчних рівнянь, їх загальний і частинні розв'язки, метод Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Отже, сформулюємо відповідь на запитання: які з освоєних умінь студентів під час розв'язування ЗЛП симплекс-методом за традиційних умов навчання потрібно передати комп'ютеру і чому? Надбання знань і вмінь, а також закріплення навичок студентів нематематичних спеціальностей шляхом розв'язування традиційних навчальних ЗЛП симплекс-методом за умов традиційного навчання зумовлює необхідність проведення ними проміжних дій у вигляді громіздких однотипних арифметичних обчислень і записів, виконання яких не тільки не пов'язано безпосередньо із суттю симплекс-методу, а й фактично було засвоєно студентами раніше, у тому числі ще під час навчання в середніх класах загальноосвітньої школи. Застосування СКМ надає можливості звільнити студентів від виконання значного обсягу вказаних рутинних дій, які найчастіше стають перешкодою, що заважає глибшому розумінню студентами ключових ідей, які покладено в основу використовуваних ними алгоритмів, а також їх зв'язків з такими фундаментальними поняттями, як системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх загальний і частинні розв'язки, геометричний зміст розв'язків лінійних алгебраїчних рівнянь і нерівностей, метод Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь тощо.

#### 4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1. Наведено авторське тлумачення характерної ознаки поняття “комп'ютеризований курс математики з повною перебудовою навчального процесу”, що може слугувати певним орієнтиром стратегії і тактики оновлення, шляхом використання СКМ, змістово-цільових і технологічних сторін навчання вищої математики майбутніх фахівців інженерних і економічних спеціальностей.
2. Багаторічні експерименти і спостереження під час навчання майбутніх менеджерів-адміністраторів лінійного програмування надали можливість виявити, що на фоні задовільного засвоєння техніки заповнення симплекс-таблиць, рівень усвідомлення студентами концепції і ключових ідей, що покладено в основу симплекс-методу, залишається незадовільним.
3. Аналіз літературних даних і власний досвід авторів показує, що незадовільний рівень усвідомлення студентами теоретичних аспектів курсу лінійного програмування пов'язаний з необхідністю проведення ними під час закріплення знань, умінь та навичок шляхом розв'язування традиційних навчальних задач указанного курсу, проміжних дій у вигляді громіздких однотипних арифметичних обчислень і записів, виконання яких не тільки не пов'язано безпосередньо із суттю симплекс-методу, а й фактично було засвоєно студентами раніше, у тому числі ще під час навчання в середніх класах загальноосвітньої школи.
4. Застосування СКМ надає можливості звільнити студентів від значного обсягу рутинних дій під час розв'язування задач лінійного програмування, що найчастіше стає перешкодою, яка заважає студентам глибшому розумінню ключових ідей, які покладено в основу використовуваних ними алгоритмів, а також їх зв'язок з такими фундаментальними поняттями, як системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх загальний і частинні розв'язки, геометричний зміст розв'язків лінійних алгебраїчних рівнянь і нерівностей, метод Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь тощо. Водночас застосування СКМ породжує проблему небезпеки підміни навчання основ лінійного програмування навчанням основ роботи з цими математичними системами.

5. Уперше з позицій теорії навчальних задач висвітлено проблему підміни в умовах застосування ІКТ навчальної задачі з однієї дисципліни навчальною задачею з іншої дисципліни.
6. На прикладі математичних задач лінійного програмування показано, що спосіб дії студента під час розв'язування навчальної задачі є визначальним у ідентифікації навчальної задачі відносно до конкретної дисципліни: лінійне програмування; інформатика; математичне моделювання; методи оптимізації; теорія автоматичного управління; чисельні методи тощо.
7. Проектування й упровадження нового типу ЗЛП надасть можливість використати широкий спектр переваг використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання.

Безумовно однієї ідеї використання СКМ замало. Необхідно спроектувати відповідну навчальну задачу з детальним описом змісту її мети, тобто описом конкретного способу дій. Приклад однієї з технологічних реалізацій такої навчальної задачі відповідно до запропонованої ідеології наведено у [24]. У цій навчальній задачі повністю усунуто необхідність проведення суб'єктами ручних обчислень, що надало можливість перенести акценти з механічного виконання операцій із симплекс-таблицями до усвідомленого опанування ключових ідей, що покладено в основу симплекс-методу. Авторами спроектовано систему навчальних ЗЛП подібного типу, які пропонуються студентам у певній послідовності. У наступних публікаціях планується висвітлити сутність указаних навчальних задач разом із детальним описанням змісту їх мети, а також навести результати експериментальної перевірки ефективності їх використання у навчанні лінійного програмування майбутніх менеджерів-адміністраторів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року [Електронний ресурс]. — Режим доступу : [www.president.gov.ua/ru/documents/15828.html](http://www.president.gov.ua/ru/documents/15828.html).
2. Биков В. Ю. Сучасні завдання інформатизації освіти [Електронний ресурс] / В. Ю. Биков // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2010. — № 1(15). — Режим доступу до журн. : <http://www.ime.edu-ua.net/em.html>.
3. Дьяконов В. П. Mathematica 4 с пакетами расширений / В. П. Дьяконов. — М. : Нолидж, 2000. — 605 с. — ISBN 5-89251-086-7.
4. Скафа О. І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики / Е. І. Скафа, О. В. Тутова. — Донецьк : Вебер, 2009. — 320 с.
5. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця : ВНТУ, 2013. — 236 с.
6. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей / О. В. Співаковський. — Херсон : Айлант, 2003. — 229 с.
7. Зими́на О. В. Инженерное образование в компьютеризированном обществе : новые ориентиры / О. В. Зими́на, А. И. Кириллов // Проблемы теории и методики обучения. — 2003. — № 7. — С. 68–71.
8. Жарова Н. Р. Компьютеризация самостоятельных учебных занятий: методика «студент + компьютер» на примере курса по выбору студента / Н. Р. Жарова // Инновационные педагогические технологии : сб. науч. тр. — Нижневартовск : Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та, 2009. — С. 68–74.
9. Ключко В. І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / В. І. Ключко // Дидактика математики: проблеми і дослідження : Міжнар. зб. наук. робіт. — Вип. 22. — Донецьк : фірма ТЕАН, 2004. — С. 10–15.

10. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Триус Юрій Васильович. — К., 2005. — 649 с.
11. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2011. — Т. 21. — № 1. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
12. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; ред. В. В. Давыдов, В. П. Зинченко; акад. педагогических наук СССР. — М. : Педагогика, 1989. — 560 с. : ил.—ISBN 5-7155-0035-4.
13. Машбиц Е. И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения : наука — реформе школы / Е. И. Машбиц. — М. : Педагогика, 1988. — 192 с.
14. Ключко В. І. Система задач як засіб формування професійно значущих знань з інформатики студентів економічних спеціальностей : монографія / В. І. Ключко, Н. І. Праворська. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. — 140 с.
15. Булах І. С. Теорія і методика комп'ютерного тестування успішності навчання (на матеріалах медичних навчальних закладів) : автореф. дис. ... доктора пед. наук : спец. 13.00.01 «Теорія і історія педагогіки» / І. С. Булах. — К. : Київський університет імені Т. Г. Шевченка, 1995. — 50 с.
16. Балл Г. А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. — М. : Педагогика, 1990. — 183 с.
17. Христиановский В. В. Экономико-математические методы и модели: теория и практика : учебное пособие / В. В. Христиановский, В. П. Щербина. — Донецк : ДонНУ, 2010. — 335 с.
18. Шамілев Т. М. Практикум із математики для інженерів-педагогів із використанням пакету Excel / Т. М. Шамілев, А. М. Сухтасва // Проблеми інженерно-педагогічної освіти : збірник наукових праць Української інженерно-педагогічної академії. — Харків : УІПА, 2012. — № 37. — С. 268–273. ([http://archive.nbuv.gov.ua/portal/soc\\_gum/pipo/2012\\_37/12stmeue.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/pipo/2012_37/12stmeue.pdf)).
19. Жалдак М. І. Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим і доцільним / М. І. Жалдак // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2011. — № 3. — С. 3–12.
20. Зимина О. В. Рекомендации по созданию электронного учебника / О. В. Зимина, А. И. Кириллов [Електронний ресурс]. — Режим доступу : [http://www.academiaxxi.ru/Meth\\_Papers/AO\\_recom\\_t.htm](http://www.academiaxxi.ru/Meth_Papers/AO_recom_t.htm).
21. Юрова А. А. Высшая математика и элементы аналитического пакета MAPLE [Текст] : учебно-метод. пособие / А. А. Юрова, А. В. Юров. — Калининград : Изд-во БИЭФ, 2009. — 57 с.
22. Кобильник Т. П. Програмування в середовищі Maple для розв'язування задач аналітичної геометрії / Т. П. Кобильник // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. — Вип. 26. — Донецьк : Фірма ТЕАН, 2006. — С. 160–164.
23. Островский А. И. Что означает «решить задачу»? / А. И. Островский // Математика в школе. — 1962. — № 2. — С. 86–89.
24. Михалевич В. М. Використання системи комп'ютерної алгебри для висвітлення ключових ідей симплекс-алгоритму / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [зб. наук. праць]. — Вип. IX. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. — С. 113–118.

*Матеріал надійшов до редакції 16.10.2013 р.*

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

**Михалевич Владимир Маркусович**

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики  
Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина  
[vmkhal@gmail.com](mailto:vmkhal@gmail.com)

**Тютюнник Оксана Ивановна**

ассистент кафедры высшей математики  
Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина  
[vs.tutunnik@rambler.ru](mailto:vs.tutunnik@rambler.ru)

**Аннотация.** С позиций теории учебных задач представлена проблема подмены в условиях использования ИКТ учебной задачи одной дисциплины учебной задачей другой дисциплины. На примере математических задач линейного программирования показано, что способ действия студента при решении учебной задачи является определяющим в идентификации учебной задачи по отношению к конкретной дисциплине: линейное программирование, информатика, математическое моделирование, методы оптимизации, теория автоматического управления, численные методы и т. п. Обоснована необходимость обновления учебных задач линейного программирования с целью освобождения студентов от громоздких однотипных арифметических вычислений и записей, что часто становится преградой более глубокому пониманию ключевых идей, которые положены в основу используемых ими алгоритмов.

**Ключевые слова:** учебная задача; способ действий; системы компьютерной математики; линейное программирование.

## DESIGN OF EDUCATIONAL PROBLEMS ON LINEAR PROGRAMMING USING SYSTEMS OF COMPUTER MATHEMATICS

**Volodymyr M. Mykhalevych**

Doctor of Engineering Science, professor, Head of Chair of Higher Mathematics  
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine  
*vmykhal@gmail.com*

**Oksana I. Tiutiunnyk**

assistant, Chair of Higher Mathematics  
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine  
*vs.tutiunnik@rambler.ru*

**Abstract.** From a perspective of the theory of educational problems a problem of substitution in the conditions of ICT use of one discipline by an educational problem of another discipline is represented. Through the example of mathematical problems of linear programming it is showed that a student's method of operation in the course of an educational problem solving is determinant in the identification of an educational problem in relation to a specific discipline: linear programming, informatics, mathematical modeling, methods of optimization, automatic control theory, calculus etc. It is substantiated the necessity of linear programming educational problems renovation with the purpose of making students free of bulky similar arithmetic calculations and notes which often becomes a barrier to a deeper understanding of key ideas taken as a basis of algorithms used by them.

**Keywords:** educational problem; method of operation; systems of computer mathematics; linear programming.

## REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. National strategy of education development in Ukraine for the period until 2021 [online]. — Available from : [www.president.gov.ua/ru/documents/15828.html](http://www.president.gov.ua/ru/documents/15828.html). (in Ukrainian)
2. Bykov V. Ju. Current tasks of informatization of education [online] / Bykov Valerij Juhymovych // *Informacijni tehnologii i zasoby navchannja*. — 2010. — № 1 (15). — 18 s. — Available from : <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/25/13>. (in Ukrainian)
3. Dyakonov V. P. *Mathematica 4 with an extensibility package* / V. P. Dyakonov. — M. : Knowledge, 2000. — 605 p. — ISBN 5-89251-086-7. (in Russian)
4. Skafa O. I. Computer-oriented lessons in heuristic teaching of mathematics. / E. I. Skafa, O. V. Tutova. — Donetsk : Veber, 2009. — 320 p. (in Ukrainian)
5. Mykhalevych V. M. The development system Maple in teaching higher mathematics of the future of Mechanical Engineers : monograph / V. M. Mykhalevych, Y. V. Krupskyi. — Vinnytsia city : UNIVERSUM-Vinnytsia, 2013. — 236 p. (in Ukrainian)

6. Spivakovskiy O. V. Theory and practice of using informational technologies in the process of training of students with mathematical specialties / O. V. Spivakovskiy. — Kherson : Ailant, 2003. — 229 p. (in Ukrainian)
7. Zimina O. V. Engineering education in the computerized society: new guidelines / O. V. Zimina, A. I. Kirillov // Problems of training theory and methods. — 2003. — № 7. — S. 68–71. (in Russian)
8. Zharova N. R. Computerization of self-dependent learning sessions: method «student + computer» by way of example of a student's free electives / N. R. Zharova // Innovative pedagogical technologies: collection of scientific papers. — Nizhnevarovsk : Publishing house of Nizhnevarovsk Humanities University, 2009. — P. 68–74. (in Russian)
9. Klochko V. I. The problem of higher mathematics course content transformation at technical universities under the conditions of using modern informational technologies / V. I. Klochko // Didactics of mathematics: problems and research work: international collection of scientific papers. — Issue 22. — Donetsk DonNU, 2004. — P. 10–15. (in Ukrainian)
10. Tryus Y. V. Computer-oriented methodical systems of mathematical disciplines teaching at higher educational institutions : dissertation of a doctor of pedagogical sciences : 13.00.02 / Tryus Yuriy Vasylovych. — K., 2005. — 649 p. (in Ukrainian)
11. Mykhalevych V. M. The development system Maple in teaching higher mathematics [online] / V. M. Mykhalevych, Y. V. Krupskiy // Informacijni tehnologii i zasoby navchannja. — 2011. — T. 21. — № 1. — Available from : <http://journal.iitta.gov.ua>. (in Ukrainian)
12. Elkonin D. B. Selected psychological papers/ D. B. Elkonin; editor V. V. Davydov, V. P. Zinchenko; academician of pedagogical sciences of the USSR. — M. : Pedagogy, 1989. — 560 p. : Illustrated. — ISBN 5-7155-0035-4. (in Russian)
13. Mashbits E. I. Psychological-pedagogical problems of education computerization : Science — to school reforms / E. I. Mashbits. — M. : Pedagogy, 1988. — 192 p. (in Russian)
14. Klochko V. I. The task system as means of formation of professionally significant knowledge in informatics for students of economic specialties : monograph / V. I. Klochko, N. I. Pravorska. — Vinnytsia city : UNIVERSUM-Vinnytsia, 2008. — 140 p. (in Ukrainian)
15. Bulakh I. Y. The theory and methodology of computer testing of academic progress (based on the materials of medical educational institutions) : author's abstract of dissertation. ... Doctor of pedagogical sciences : 13.00.01 / I. Y. Bulakh. — K. : Taras Shevchenko Memorial University, Kyiv. 1995. — 50 p. (in Ukrainian)
16. Ball G. A. The theory of training tasks: psychological-pedagogical aspects / G. A. Ball. — M. : Pedagogiyh, 1990.— 183 p. (in Russian)
17. Khristianovskiy V. V. Economic-mathematical methods and models: theory and practice : textbook / V. V. Khristianovskiy, V. P. Shcherbina. — Donetsk : DonNU, 2010. — 335p. (in Russian)
18. Shamilev T. M. Practical classes in mathematics for engineers-teachers using Excel package [online] / T. M. Shamilev, A. M. Sukhtayeva // The problems of engineering-pedagogical education / collection of scientific papers of the Ukrainian engineering-pedagogical academy. — Kharkiv : UEPA, 2012. — № 7. — P. 268–273. — Available from : [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/soc\\_gum/pipo/2012\\_37/12stmeue.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/pipo/2012_37/12stmeue.pdf). (in Russian)
19. Zhaldak M. I. The use of computers in academic process should be pedagogically balanced and reasonable / M. I. Zhaldak // Computer in a family and at school. — 2011.— № 3. — P. 3–12. (in Ukrainian)
20. Zimina O. V., Kirillov A. I. recommendations on the creation of an electronic textbook по. — [http://www.academiaxxi.ru/Meth\\_Papers/AO\\_recom\\_t.htm](http://www.academiaxxi.ru/Meth_Papers/AO_recom_t.htm). (in Russian)
21. Yurova A. A. Higher mathematics and elements of analytic package MAPLE [Text] : methodological tutorial / A. A. Yurova, A. V. Yurov. — Kaliningrad : Publishing house BIEF, 2009. — 57 p. (in Russian)
22. Kobylnyk T. P. Programming in Maple environment for tasks solutions in analytic geometry / T. P. Kobylnyk // Didactics of mathematics: problems and research work: International collection of scientific papers. — Issue 26. — Donetsk : Company TEAN, 2006. — P. 160–164. (in Ukrainian)
23. Ostrovskiy A. I. What does it mean «to solve a problem»? / A. I. Ostrovskiy // Mathematics at school. — 1962. — № 2. — P. 86–89. (in Russian)
24. Mykhalevych V. M. The use of computer algebra system for explaining key ideas of complex-algorithm / V. M. Mykhalevych, O. I. Tyutyunyk // Theory and teaching methodology of mathematics, physics, informatics: [collection of scientific papers]. — Issue IX. — Kryvyi Rig : Publishing department NMetAU, 2011. — P. 113–118. (in Ukrainian)