УДК 378.14:371.214.46

Семеніхіна Олена Володимирівна
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри інформатики
Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка, м. Суми, Україна
e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua

Друшляк Марина Григорівна
кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри математики
Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка, м. Суми, Україна
marydru@mail.ru

ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПРОГРАМИ GEOGEBRA 5.0 І ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Анотація. У статті проаналізовано комп'ютерні інструменти програми динамічної математики GeoGebra 5.0, які використовуються для розв'язування задач стереометрії. Наведено приклади стереометричних задач, які супроводжуються детальним розв'язанням і методичним коментарем і які доцільно розв'язувати за допомогою інтерактивної геометричної системи GeoGebra 5.0. Серед таких задач: задачі на використання допоміжного перерізу, задачі на розгортки, задачі на геометричне місце точок, задачі на геометричні перетворення простору. Акцентується увага на можливості створення авторських комп'ютерних інструментів у даному середовищі.

Ключові слова*:* програма динамічної математики; інтерактивна геометрична система; GeoGebra 5.0; комп'ютерний інструмент; стереометрія; використання комп'ютера для розв'язування задач стереометрії.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Інформатизація освіти у галузі математики спричинила активне використання спеціалізованих програмних засобів, серед яких окремою групою варто виділити програми динамічної математики або інтерактивні геометричні системи. Їх родоначальником вважають програму *Cabri*, за аналогією до якої стали розробляти і впроваджувати інші математично орієнтовані середовища. Наразі популярні *Geometer's Sketchpad, Gran, DG, Математический конструктор, Живая математика, GeoGebra* тощо. Разом з цим у своїй більшості згадані програми оперують об'єктами двовимірної природи, і дуже мала кількість середовищ підтримує розв'язування задач, в умовах яких присутні тривимірні об'єкти і вивчення яких відбувається на уроках стереометрії. Також замалою, на наш погляд, є кількість публікацій, де можна було б дізнатися про особливості застосування програм такого типу під час розв'язування стереометричних задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Серед програм динамічної математики, які підтримують операції над тривимірними об'єктами, згадаємо *Cabri 3D* (ліцензійна, англомовний інтерфейс), *Archimedes3DGeo* (англомовний інтерфейс), *GeoGebra 5.0* (вільно поширювана, має російський інтерфейс), *Gran3d* (вільно поширювана, українського виробництва), *Geometria* (російський інтерфейс, але складна у користуванні) тощо. Кожна із зазначених програм має як переваги, так і недоліки, тому не завжди можна сприймати обраний продукт як універсальний з позицій підтримки усього курсу стереометрії.

Аналіз згаданих середовищ і науково-методичних праць щодо їх застосування в навчанні шкільної математики схилив наш вибір до середовища *GeoGebra*, яке набуває

© О.В.Семеніхіна, М.Г.Друшляк, 2014.

великої популярності завдяки вільному поширенню, постійному оновленню й універсальності відносно ОС.

Версія середовища *GeoGebra 5.0* [1] є однією з найновіших програм, які з'явилися на ринку динамічних середовищ і до розробки яких долучилися науковці країн СНД. До неї додано стереометричні інструменти, які у ранніх версіях відсутні: у середовищі можна будувати прямі і площини, базові просторові фігури, динамічно змінювати ракурс зображення (ефект обертання), розробниками передбачено можливість правильного зображення видимих і невидимих елементів («розумні» ребра), імітацію освітлення, можливість використання перспективи.

Методичні праці й науково-методичні дослідження, які описують особливості роботи у цьому середовищі, приклади розв'язування окремих задач чи проведення емпіричних досліджень, представлені в інтернет-просторі і періодичних виданнях, але на нашу думку, їх кількість є замалою. Вважаємо за потрібне виділити роботи автора програми Маркуса Хохенватера [2–4], науковців В. М. Ракути [5], Р.А. Зиатдинова [6], І. Г. Ленчук, А. Ц. Франовського [7], але вони усе ж стосуються вивчення планіметрії й алгебри. Також заслуговує на увагу дисертаційне дослідження Т. С. Ширикової [8], присвячене навчанню емпірично підтверджувати теореми планіметрії на базі середовища *GeoGebra*. Наразі ми не зустріли досліджень щодо використання середовища *GeoGebra 5.0* у вивченні стереометрії.

Мета статті — описати комп'ютерні інструменти *GeoGebra 5.0*, які застосовні для розв'язування стереометричних задач, а також навести приклади розв'язань задач з їх використанням.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичними основами дослідження є:

- концепція інформатизації освіти (В. Ю. Биков, М. І. Жалдак, Ю. С. Рамський, Н. В. Морзе, С. О. Семеріков, Ю. В. Триус та ін.);
- діяльнісний підхід в освіті і його застосування до навчання математики (Л. С. Виготський, Н. А. Менчинська, В. В. Давидов, О. Б. Єпішева та ін.);
- особистісно-орієнтований підхід в освіті і його застосування до навчання математики (З. І. Слєпкань, Н. А. Тарасенкова, І. С. Якиманська, Ш. А. Амонашвілі, В. В. Серіков та ін.);
- дослідницький підхід в освіті і його застосування до навчання геометрії (С. А. Раков, Ю. В. Триус. А. В. Леонтович, М. І. Махмутов, Н. І. Мерліна, М. В. Шабанова, А. В. Ястребов та ін.);
- когнітивно-візуальний підхід до навчання геометрії і його психологічні основи (Д. Гільберт, В. А. Далингер, М. Іден, С. Конн-Фоссен, Н. А. Резник, М. І. Башмаков та ін.);
- концептуальні основи використання предметно орієнтованих середовищ в навчанні математики (М. І. Жалдак, С. А. Раков, Ю. В. Триус, Ю. В. Горошко, О. В. Співаковський, Г. О. Михалін, В. Н. Дубровський, Ж.-М. Лаборд, В. Р. Майер, М. Хохенватер, М. В. Шабанова, Г. Б. Шабат і ін.)

Серед методів дослідження нами використані *теоретичні* (аналіз, порівняння і узагальнення наукових положень психолого-педагогічної літератури вітчизняних і зарубіжних авторів, у тому числі електронних видань, інтернет-ресурсів і нормативної документації) й *емпіричні* (цілеспрямоване педагогічне спостереження за суб'єктами навчання, анкетування, бесіди з учителями математики).

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1. Стандартні інструменти середовищ динамічної математики

Версія *GeoGebra 5*.0 підтримує 3d-формат, який можна викликати через меню *Вид/Полотно 3D*. Після виклику полотно площини проекції (*XOY*) не зникає, а залишається поряд і динамічно змінюється разом із змінами у полотні *3D*. Основні 3d-інструменти наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Основні інструменти полотна *3D* середовища *GeoGebra 5.0*

Назва	Особливості застосування
Крива перетину	Потрібно вказати два просторових тіла (дві сфери, дві площини)
Площина через три точки	Потрібно вказати три точки
Площина	Потрібно вказати три точки або точку і пряму, або дві прямі, або многокутник
Перпендикулярна площина	Потрібно обрати точку і перпендикулярну пряму
Паралельна площина	Потрібно обрати точку і паралельну площину
Піраміда	Потрібно вказати або побудувати многокутник (основу), потім вказати або побудувати верхню вершину
Призма	Потрібно вказати або побудувати многокутник (основу), потім вказати або побудувати першу верхню вершину
Видавити піраміду чи конус	Потрібно протягнути многокутник/круг або вказати многокутник/круг і ввести значення висоти, щоб побудувати піраміду/конус над центром основи
Видавити призму чи циліндр	Потрібно протягнути многокутник/круг або вказати многокутник/круг і ввести значення висоти, щоб побудувати правильну призму/циліндр
Конус	Потрібно вказати дві точки (точку основи та вершину) і ввести значення радіуса
Циліндр	Потрібно вказати дві точки і ввести значення радіуса
Правильний тетраедр	Потрібно вказати площину (необов'язково) і дві точки (дві сусідні вершини нижньої основи)
Куб	Потрібно вказати площину (необов'язково) і дві точки (дві сусідні вершини нижньої основи)
Розгортка	Потрібно вказати многогранник
Сфера за центром і точкою	Потрібно вказати центр сфери і точку на ній
Сфера за центром і радіусом	Потрібно вказати центр сфери і ввести значення радіуса
Об'єм	Потрібно вказати піраміду, призму, конус, циліндр, сферу тощо

Зауважимо, що динамічна побудова просторових точок можлива лише на координатній площині *XOY* або на осі *OZ*, але рядок введення дозволяє побудувати будь-яку точку 3d-простору. Зауважимо, що більшість просторових тіл (наприклад, піраміда, тетраедр, циліндр, сфера) можна задати як через рядок введення, так і за допомогою кнопок інтерфейсу. Але деякі просторові об'єкти можна задати лише за допомогою командного рядка (наприклад, алгебраїчна поверхня, нескінченний конус, нескінченний циліндр, бісекторна площина). Властивості об'єктів можна налаштувати через контекстне меню.

Весь потенціал використання *3d*-інструментарію розкривається під час навчання математики, тому нижче опишемо залучення середовища *GeoGebra 5.0* до розв'язування стереометричних задач.

Приклад 1. Три сфери радіусів r і R розміщені так, що кожна сфера дотикається до двох сфер радіуса r і до двох сфер радіуса R. Центри усіх сфер лежать в одній площині. Знайти відношення радіусів цих сфер $r:R$ [9].

Методичний коментар: задача вимагає від учнів розвиненої просторової уяви і бачення складної тривимірної конструкції, тому доцільним є застосування прийому «відхід на площину», який із залученням середовища *GeoGebra 5.0* є результативним

завдяки передбаченій розробниками одночасній демонстрації тривимірних об'єктів і їх плоского перерізу площиною.

Розв'язання. Для створення сфер однакового, але змінного радіуса, проведемо пряму, на якій побудуємо відрізки *CD* і *DE* — вони будуть визначати змінні радіуси сфер *r* і *R*. Встановимо додаткове полотно *Вид/Полотно 3D*, на якому побудуємо по три сфери за довільними центрами у площині *XOY* і радіусами *CD* і *DE*. За допомогою інструмента *Кривая пересечения* зафіксуємо кола, які утворюються перетином побудованих сфер з площиною. На полотні *2D* з'являться кола проекцій. Очевидно, що зміна ракурсу *3D*-зображення не дозволить побудувати задану умовою конфігурацію, тому будемо працювати на полотні *2D*.

Будемо змінювати положення кожного кола до тих пір, поки вони не розташуються так, як вимагає умова: стає зрозумілим, що центри кіл мають знаходитися у вершинах правильних трикутників (рис. 1). Зауважимо, що рухати кола зручно за допомогою переміщення їхніх центрів, а радіус змінювати рухом точок *C* і *E* (рекомендуємо точку *D* залишати на місці, щоб одночасно не змінювалися радіуси усіх кіл).

Коли конфігурацію побудовано, обчислимо потрібне відношення. Для цього визначимо відстань між точками *C* і *D* та *D* і *E* або довжини сторін одержаних трикутників (*GH* і *JK*). Потім додамо полотно *CAS* (меню *Вид/CAS*), у якому обчислимо інструментом *Вычислить* (або *Десятичная дробь*) потрібне відношення: у нашому випадку обчислено два для порівняння (відношення сторін трикутників і відношення довжин відрізків, що визначають радіуси сфер). Виявляється, що відношення радіусів таких сфер дорівнює 0,1.

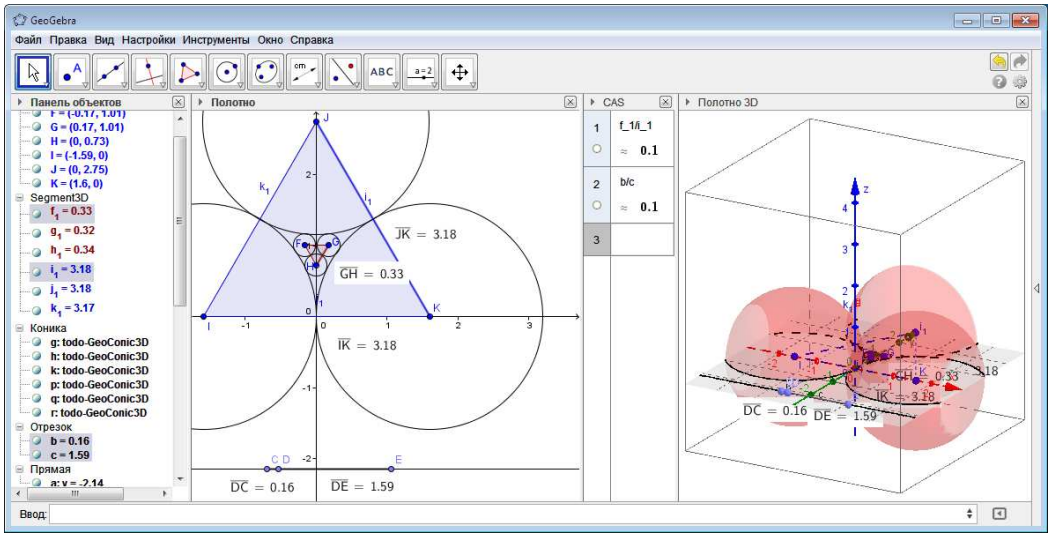

Рис. 1. Інтерактивне поєднання 2D і 3D зображень під час розв'язування задач (приклад 1)

Приклад 2. Знайти довжину найкоротшого шляху по поверхні куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ з ребром 1 см, що з'єднує вершини *A* і C_1.

Методичний коментар: найкоротший шлях визначається через відстань між двома точками, але обмеження задачі на визначення відстані саме по поверхні куба вимагає прокласти шлях, який з'єднує ці точки, що важко навіть для тих, хто має розвинену просторову уяву. Застосування розгортки значно спрощує розв'язання, але її побудова і нанесення потрібних точок також вимагають вмінь бачити проекції просторових тіл.

Розв'язання. Для вдалого і негроміздкого зображення побудов заздалегідь обмежимо позначення об'єктів (*Настройки/ Обозначения/ Только для точек*). Побудуємо дві сусідні вершини нижньої основи куба зі стороною 1, для чого через командний рядок задамо точки *A(1;0;0)* та *B(1;1;0)*. За допомогою інструмента *Куб* побудуємо куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, вказавши дві сусідні вершини.

Для точок *A* і *C1* змінимо їх колір (наприклад, на червоний) і збільшимо їх розмір, тим самим виділимо їх серед інших вершин.

За допомогою інструменту *Развертка* побудуємо розгортку куба (рис. 2), яка автоматично з'явиться і на полотні 2D.

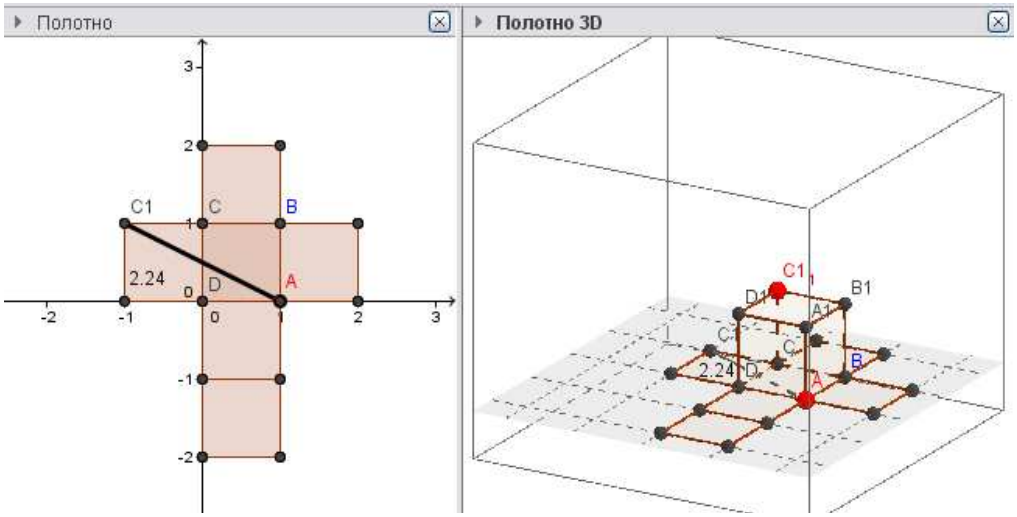

Рис. 2. Побудова розгортки многогранника (приклад 2)

Зауважимо, що на відміну від середовища *Cabri 3D* даний інструмент у *GeoGebra 5.0* не дозволяє побачити процес розкриття розгортки, він дозволяє побачити вже остаточний результат. До того ж на розгортці лише точки нижньої основи залишаються позначеними. Інші вузлові точки розгортки не сприймаються, як такі, що були вершинами куба (середовище будує їх як нові). Елементи, побудовані на кубі (наприклад, точки на ребрах, відрізки на гранях), не переносяться на розгортку, і навпаки, усе, що побудовано на розгортці, не відображається на кубі. Куб і його розгортка динамічно не пов'язані.

Позначимо на розгортці точку, що відповідає вершині C_1 і побудуємо відрізок AC_1. Визначимо його довжину — у властивостях відрізка AC_1 у пункті *Показывать обозначение* оберемо *Значение*. Зауважимо, що після побудови розгортки знаходження точного розв'язку задачі зводиться до застосування теореми Піфагора і стає очевидним – $\sqrt{5}$.

Відповідь. Довжина відрізка AC_1 дорівнює 2,24.

Є ще одна особливість програми *GeoGebra* 5.0, яка вирізняє її серед подібних програм, — це можливість побудови динамічного сліду для 3d-об'єктів. Отриманий слід є статичним об'єктом, який не можна динамічно змінювати в подальшому. На жаль, розробниками цієї версії програми не передбачено інструмент 3d-*Локус*. Нагадаємо, що для двовимірних об'єктів інструмент *Локус* автоматично будує ГМТ, яке сприймається як самостійний повноцінний об'єкт (до нього можна прив'язати точку, знайти перетин з іншими об'єктами тощо). Але використання саме інструмента *Слід* з позицій методики навчання математики може бути більш ефективним через потребу фіксувати проміжні результати пошуку, чого не дозволяє інструмент *Локус*.

Приклад 3. На прямій, яка проходить через точку *A* перпендикулярно до площини трикутника *ABC*, взято довільну точку *D*. Знайти ГМТ перетину висот трикутника *DBC* [10; с. 36].

Методичний коментар: умова задачі не дозволяє відразу побачити розв'язок чи його частину навіть тим, хто має гарну просторову уяву. Аналітичне розв'язання цієї задачі також не є тривіальним. Вважаємо, що залучення середовищ динамічної математики для розв'язування є необхідним.

Розв'язання. Алгоритм побудови може бути таким:

1) будуємо трикутник *ABC* (*Многоугольник*);

2) через точку *A* проводимо пряму, яка перпендикулярна площині *ABC* (*Перпендикулярная прямая*);

3) на побудованій прямій беремо довільну точку *D* (*Точка*);

4) будуємо трикутник *DBC* (*Многоугольник*);

5) проводимо висоти *BE* та *CF* трикутника DBC (інструменти *Перпендикулярная прямая*, *Пересечение*, *Отрезок*);

6) знаходимо точку *G* перетину висот *BE* і *CF* (*Пересечение*);

7) у властивостях точки *G* вказуємо *Оставлять след*.

Рухаючи точку *D* вздовж прямої, отримаємо шукане ГМТ (рис. 3).

Виявляється, що це коло з діаметром *HL* (*H* — точка перетину висот трикутника *ABC*, *L* — основа висоти, яка опущена з точки *A* на сторону *BC*), яке лежить в площині, що перпендикулярна площині трикутника *ABC*.

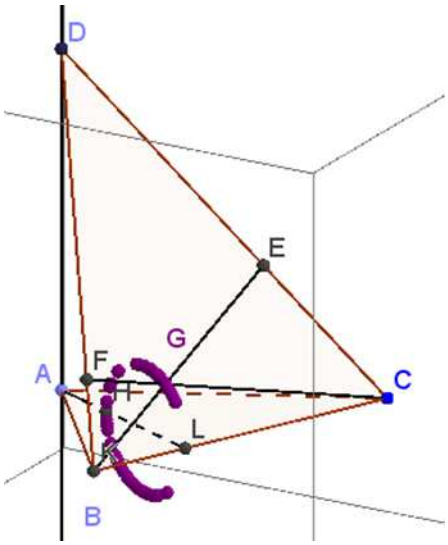

Рис. 3. Побудова ГМТ за допомогою інструмента Слід (приклад 3)

Завдяки інструментам *Отражение относительно плоскости*, *Отражение относительно прямой*, *Отражение относительно точки*, *Вращать объект вокруг прямой*, *Параллельный перенос по вектору*, *Гомотетия относительно точки* середовище *GeoGebra* 5.0 підтримує також одну з найскладніших тем «Геометричні перетворення простору». Ці інструменти можна використати через панель інструментів активного 3D-полотна.

Також у середовищі передбачено можливість 3D-перетворень для об'єктів, які задані аналітично. І якщо динамічні перетворення тривимірних об'єктів і побудова сліду і розгортки можливі й у середовищі *Cabri3D*, то остання характеристика дозволяє

говорити про програму *GeoGebra* 5.0 як потужну й універсальну комп'ютерну підтримку курсу стереометрії.

Приклад 4. Знайти рівняння образа площини $\alpha: 2x + y - z - 1 = 0$, який одержано після паралельного перенесення площини на вектор $\overline{AB}$ (задані координати точок $A(1,-1,-2)$ і $B(3,1,1)$) і симетрією відносно площини β, яка проходить через точку A паралельно до площини $x - 2y + 3z - 5 = 0$.

Методичний коментар: задача розрахована на поглиблений рівень навчання математики і традиційно розв'язується аналітичними перетвореннями. Таку задачу можна зустріти і в курсі аналітичної геометрії. Її розв'язання у середовищі *GeoGebra* 5.0 дає можливість швидко одержати рівняння образу, а також прослідкувати за його положенням відносно вихідних об'єктів.

Розв'язання. Усі задані об'єкти задамо через рядок введення: площину α — безпосередньо рівнянням, вектор $\overline{AB}$ — командою *Вектор[A,B]*, площину β — командою *Плоскость[A, $x - 2y + 3z - 5 = 0$]*.

Виконаємо спочатку паралельне перенесення площини α на вектор $\overline{AB}$ за допомогою інструмента *Параллельный перенос по вектору* (рис. 4а). Отримаємо площину α'. Потім відобразимо площину α' відносно площини β за допомогою інструмента *Отражение относительно плоскости* (рис. 4б). Отримаємо шукану площину α'' і її рівняння у полі *Панель объектов*.

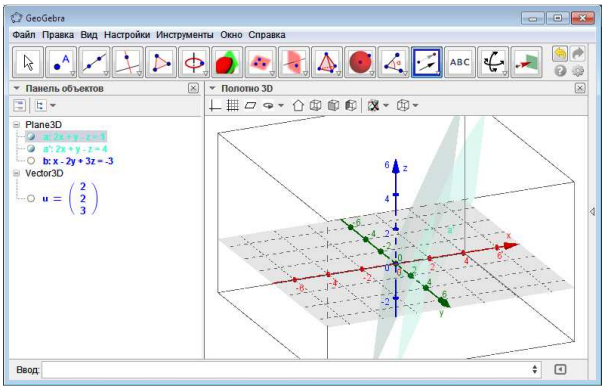

Рис.4а. Паралельне перенесення площини на вектор (приклад 4)

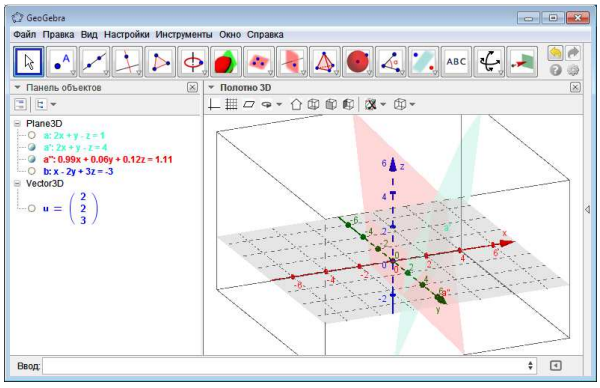

Рис.4б. Відображення відносно площини (приклад 4)

Хоча версія 5.0 середовища *GeoGebra* і надає широкі можливості під час створення стереометричних конфігурацій, і все ж «вшитих» комп'ютерних інструментів для 3D-маніпуляцій інколи буває недостатньо. Розуміючи це, розробники передбачили можливість створення авторських інструментів.

Приклад 5. Створити інструмент *Кут між прямою та площиною*, який за заданими площиною і прямою визначає кут між ними.

Методичний коментар: ця задача є типовою для курсу стереометрії й аналітичної геометрії. Вимога створити самому такий інструмент дозволить підтвердити чи спростувати розуміння учнем чи студентом суті задачі, а. отже. дозволить визначити рівень знань з теми й умінь оперувати комп'ютерними інструментами для розв'язування задачі.

Розв'язання. Площину і пряму можна задати через рядок введення, але ми задамо їх з екрана точками *A, B, C* (для площини), *D, E* (для прямої), які потім сховаємо. Для побудованих площини α і прямої *b* визначимо їх точку перетину — точку *F*. На прямій

b довільно побудуємо точку *G* і проведемо через неї пряму *c*, яка буде перпендикулярною до площини α. Знову визначимо точку перетину — точку *H*. Побудуємо відрізок *FH*. Знайдемо кут, який визначено точками *G*, *F*, *H* і який є шуканим (рис. 5).

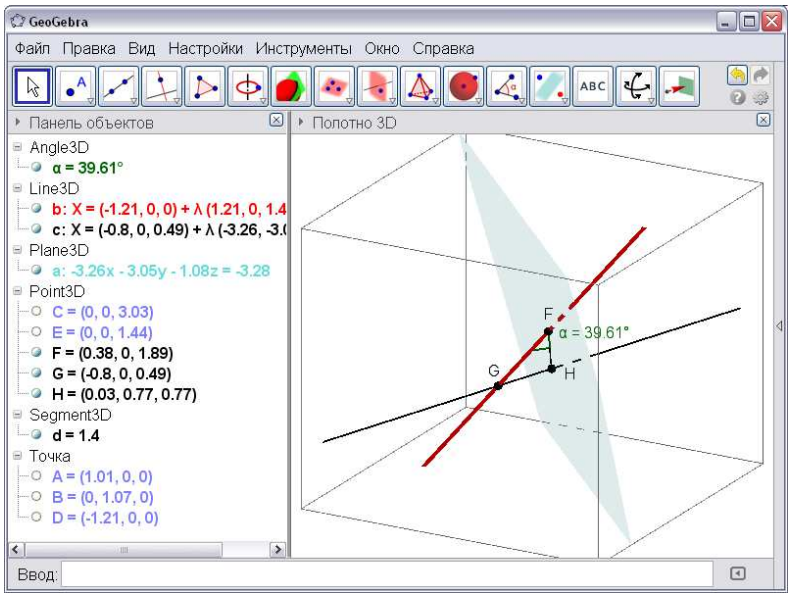

Рис. 5. Створення авторського комп'ютерного інструмента (приклад 5)

Далі обираємо пункт меню *Инструменты*/*Создать инструмент*: як результуючий об'єкт пропонується кут; вихідними об'єктами програма пропонує зробити точки *A, B, C, D, E*, але ми їх видалимо, а натомість призначимо площину α і пряму *b*. Якщо усе зроблено коректно, то програма запропонує у вкладці *Имя и значок* ввести ім'я новоствореного інструмента і його візуальну позначку. Потім у меню *Инструменты/Управление инструментами* натиснемо на кнопку *Сохранить как…* і виберемо назву для інструмента — *Кут між прямою та площиною*.

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Проведене дослідження дає підстави стверджувати таке.

1) З огляду на те, що навчання геометрії має базуватися на образах математичних об'єктів, їх створення й оперування ними у спеціалізованих комп'ютерних середовищах може стати тією основою, яка забезпечить швидке і якісне засвоєння складного стереометричного матеріалу.

2) Серед розмаїття комп'ютерних програм математичного спрямування невелика їх кількість дозволяє оперувати тривимірними геометричними обєктами і з надлишком підтримувати курс стереометрії українських загальноосвітніх шкіл.

3) Ми рекомендуємо залучати до навчання стереометрії саме середовище *GeoGebra5.0*, оскільки воно вільно розповсюджується, має зрозумілий інтерфейс, постійно оновлюється, дозволяє створювати і динамічно змінювати просторові об'єкти як з екрана, так і через рядок введення за допомогою великої кількості вшитих команд. Дослідження доцільності і можливостей його використання у вивченні основних тем курсу стереометрії підтвердило позитивний вплив на всіх суб'єктів навчального процесу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. GeoGebra. Материалы [Електронний ресурс]. — Режим доступу : http://tube.geogebra.org.
2. Hohenwarter M. Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, J. Keith // Proceeding of the British Society for Research into Leaning Mathematics. — 2007. — 27, 3. — P. 126–131.
3. Hohenwarter M. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, J. Hohenwarter, Z. Lavicza // Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. —2008. — 28, 2. — P. 135–146.
4. Хохенватор М. Введение в GeoGebra / М. Хохенватор / пер. Т. С. Рябова. — 2012. — 153 с.
5. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2012. — № 4 (30). — Режим доступу : http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/issue/view/54#.U24YeXTj5nE.
6. Ziatdinov R. Dynamic Geometry Environments as a Tool for Computer Modeling in the System of Modern Mahematics Education / R. Ziatdinov, V. Rakuta // European Journal of Contemporary Education. — 2012. — Vol. 1, № 1. — P. 93–100.
7. Ленчук І. Г. Типізація і комп'ютерне моделювання конструктивних задач планіметрії: метод кіл / І. Г. Ленчук, А. Ц. Франовський // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2014. — № 1 (39). — С. 125–140. — Режим доступу : http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/974/728.
8. Ширикова Т. С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием Geogebra : дисс… канд. пед. наук, спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Т. С. Ширикова: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова». — Архангельск, 2013. — 250 с.
9. Вишенський В. А. Збірник задач з математики: Навчальний посібник / В. А. Вишенський, М. О. Перестюк, А. М. Самойленко. — К. : Либідь, 1993. — 344 с.
10. Шарыгин И. Ф. Задачи по геометрии (стереометрия) / И. Ф. Шарыгин. — М. : Наука, 1984. — 160 с.
11. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Використання комп'ютерних інструментів ІГС CABRI 3D при розв'язуванні задач стереометрії / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. — 2014. — № 4. — С. 36–41.

Матеріал надійшов до редакції 28.10.2014 р.

ИНСТРУМЕНТАРИЙ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA 5.0 И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ СТЕРЕОМЕТРИИ

Семенихина Елена Владимировна
кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики
Сумский государственный педагогический университет имени А. С. Макаренко, г. Сумы, Украина
e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua

Друшляк Марина Григорьевна
кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры математики
Сумский государственный педагогический университет имени А. С. Макаренко, г. Сумы, Украина
marydru@mail.ru

Аннотация. В статье проанализированы компьютерные инструменты программы динамической математики GeoGebra 5.0, которые используются при решении задач стереометрии. Приведены примеры стереометрических задач, которые сопровождаются подробным решением и методическим комментарием и которые целесообразно решать с помощью интерактивной геометрической системы GeoGebra 5.0. Среди таких задач рассмотрены задачи на использование вспомогательного сечения, задачи на развертки, задачи на геометрическое место точек, задачи на геометрические преобразования пространства. Акцентируется внимание на возможности создания авторских компьютерных инструментов в данной среде.

Ключевые слова*:* программа динамической математики; интерактивная геометрическая

система; GeoGebra 5.0; компьютерный инструмент; стереометрия; использование компьютера при решении задач стереометрии.

GEOGEBRA 5.0 TOOLS AND THEIR USE IN SOLVING SOLID GEOMETRY PROBLEMS

Olena V. Semenikhina
PhD (pedagogical sciences), associate professor of the Department of computer science
Sumy State A.S. Makarenko Pedagogical University, Sumy, Ukraine
e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua

Maryna H. Drushliak
PhD (physical and mathematical sciences), Senior lecturer of the Department of mathematics
Sumy State A.S. Makarenko Pedagogical University, Sumy, Ukraine
marydru@mail.ru

Abstract. Computer tools of the dynamic mathematics software GeoGebra 5.0, which are used in the solution of solid geometry problems, are analyzed in the article. Examples of solid geometry problems, that are advisable to solve with the help of interactive geometry system GeoGebra 5.0, with detailed solution and methodological comment are presented. Among these problems there are problems that use an auxiliary section, problems on the polyhedron net, locus problems, problems on geometric transformations of the space. The focus is on the possibility of creation of copyright of computer tools in the environment.

Keywords: dynamic mathematics software; interactive geometry system; GeoGebra 5.0; computer tool; solid geometry; the use of computer in solving solid geometry problems.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. GeoGebra Wiki [online]. — Available from: http://www.geogebra.org. (in English)
2. Hohenwarter M. Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, J. Keith // Proceeding of the British Society for Research into Leaning Mathematics. — 2007. —27, 3. — P. 126–131 (in English).
3. Hohenwarter M. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, J. Hohenwarter, Z. Lavicza // Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. — 2008. — 28, 2. — P. 135–146 (in English).
4. Hohenwarter M. Introduction in GeoGebra / M. Hohenwarter. — 2012. — 153 s. (in English).
5. Rakuta V. M. GeoGebra dynamic mathematics system, as innovative tool for the study of mathematics [online] / Rakuta V. M. // Information Technologies and Learning Tools. — 2012. — №4 (30). — Available from : http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/issue/view/54#.U24YeXTj5nE (in Ukrainian).
6. Ziatdinov R. Dynamic Geometry Environments as a Tool for Computer Modeling in the System of Modern Mahematics Education / R. Ziatdinov, V. Rakuta // European Journal of Contemporary Education. — 2012. — Vol. 1, № 1. — P. 93–100 (in Russian).
7. Lenchuk I. H. Classification and computer simulation of constructive problem in the plane geometry: method of circles [online] / I. H. Lenchuk, A. Ts. Franovskyi // Information Technologies and Learning Tools. — 2014. — № 1 (39). — C. 125–140. — Available from : http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/974/728 (in Ukrainian).
8. Shirikova T. S. Methods of teaching secondary school students to prove theorems in the learning of geometry using Geogebra: thesis… PhD: 13.00.02 «Theory and methodology of training and education (mathematics)» / T. S. Shirikova: Northern (Arctic) Federal University. — Arkhangelsk, 2013. — 250 s. (in Russian).
9. Vyshenskyi V. A. Collection of mathematics problems: textbook / V. A. Vyshenskyi, M. O. Perestiuk, A. M. Samoilenko. — K. : Lybid, 1993. — 344 s. (in Ukrainian).
10. Sharygin I. F. Geometry problems (solid geometry). — M. : Nauka, 1984. — 160 s. (in Russian).
11. Semenikhina O. V., Drushlyak M. H. The use of computer tools of IGS CABRI 3D in solving solid geometry // Informatyka i informatsiini tekhnolohii v navchalnykh zakladakh. — 2014. — № 3. — S. 36–41 (in Ukrainian).