УДК 378:373.5.091.011.3-051:51]:159.955:004.7

Астаф'єва Марія Миколаївна
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
ORCID ID 0000-0002-2198-4614
m.astafieva@kubg.edu.ua

Бодненко Дмитро Миколайович
кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
ORCID ID 0000-0001-9303-6587
d.bodnenko@kubg.edu.ua

Прошкін Володимир Вадимович
доктор педагогічних наук, доцент, професор кафедри комп'ютерних наук і математики
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна
ORCID ID 0000-0002-9785-0612
v.proshkin@kubg.edu.ua

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНО ОРІЄНТОВАНИХ ЗАСОБІВ ГЕОМЕТРІЇ У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Анотація. У статті доведено, що критичне мислення є однією з найважливіших та універсальних компетентностей сучасного вчителя математики. Установлено, що найбільші можливості для формування критичного мислення мають геометричні дисципліни, зокрема конструктивна та проективна геометрії. Розроблено педагогічну технологію формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії, яка складається з цільового, змістово-процесуального та контрольно-оцінювального компонентів. Суттєвим елементом технології на всіх етапах її реалізації, зокрема на змістово-діяльнісному та оцінювально-рефлексивному, є цілеспрямована комп'ютерна підтримка, насамперед використання комп'ютерних інструментів математичної діяльності та комунікації.
Обґрунтовано доцільність комп'ютерної підтримки процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики. Розкрито можливості інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема систем динамічної геометрії та хмарних сервісів, які допомагають зробити більш ефективним процес формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії: візуалізація геометричних об'єктів, понять, зв'язків (зокрема й виражених аналітичними конструкціями), тверджень, доведень; динамічні креслення; комп'ютерний експеримент для дослідження (висунення та перевірка гіпотез); контроль аналітичних перетворень; швидке і якісне виконання необхідних зображень, що економить час; генерація інтерактивних завдань; забезпечення комунікації тощо.
Здійснено аналіз результатів упровадження розробленої технології в практику університетської освіти за допомогою математичних методів, зокрема на основі теорії нечітких множин. Виявлено доцільність комп'ютерної підтримки процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії.

Ключові слова: інформаційно-комунікаційні технології; критичне мислення; педагогічна технологія; хмарні сервіси; системи комп'ютерної математики**.**

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Метою освіти є всебічний розвиток людини, формування цінностей і необхідних для успішної самореалізації компетентностей [1]. Ключовою особистісною якістю у XXI столітті визнано критичне мислення [2; 3; 4]. Людина, яка

© М. М. Астаф'єва, Д. М. Бодненко, В. В. Прошкін, 2019.

має зазначену компетентність, здатна до продуктивної творчості та інновацій, спрямованих на позитивну діяльність задля корисного внеску в суспільне благо. Велика відповідальність за досягнення цієї мети лягає на шкільного вчителя. Однак учитель, який сам не володіє критичним мисленням, не може навчити критично мислити своїх учнів. Тому проблема розвитку критичного способу мислення майбутнього вчителя, зокрема математики, у процесі професійної підготовки є сьогодні дуже актуальною.

Математика, як доведено віковим досвідом, має для цього невичерпні можливості, оскільки, за влучним висловом Михайла Ломоносова, «розум до ладу приводить». Причина такої виняткової ролі математики для інтелектуального розвитку особистості криється в самій її природі. Як зазначає визначний математик і педагог XX століття академік П. Александров, «можливо, ніде людське мислення не виступає із такою силою і так яскраво, як у математиці» [5, с. 2], а С. Рукшин, що виховав двох лауреатів Філдсівської премії і біля 100 призерів та переможців міжнародних математичних олімпіад, стверджує: «Математика – це єдиний предмет, який професійно спрямований на розвиток мозку через розв'язування задач» [6].

Критичне мислення є важливим і універсальним інструментом в професійній діяльності вчителя математики, оскільки «освіта орієнтована на майбутнє, яке не завжди визначене, а тому першорядне значення має розвиток тих якостей і навичок мислення, які дають змогу адекватно оцінити нові обставини і сформувати стратегію вирішення захованих у них проблем» [7]. Недарма критичне мислення виступає найважливішим складником загальних компетентностей, які визначені сучасними освітньо-професійними програмами за спеціальностями 014 «Середня освіта (математика)» та 111 «Математика» [8].

Сьогодні ми маємо справу з так званим «цифровим поколінням», яке народилося і зростає в умовах високотехнологічного інформаційного суспільства, і має чимало суттєвих відмінностей від учорашніх своїх однолітків (динамічність, мобільність, потреба в комунікації і співпраці в складі різних груп, необхідність опрацьовувати зростаючий надшвидкими темпами потік інформації тощо). Не враховувати цієї обставини в освітньому процесі сучасної середньої та вищої школи було б помилкою. Тому виникає необхідність шукати нові педагогічні методи і прийоми, нестандартні шляхи підвищення ефективності освітнього процесу, адекватні сучасним викликам і потребам. Цілеспрямоване використання інформаційно-комунікаційних технологій (мета якого зробити освітній процес не більш «комп'ютерним», а більш ефективним) – один із таких шляхів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основи дослідження проблеми було закладено ще на початку минулого століття американським філософом і реформатором освіти в США Дж. Д'юї, який бачив стратегічну мету освіти в розвитку критичного способу мислення. Дж. Д'юї вважав можливим процес зародження у тих, хто навчається, критичного мислення лише тоді, коли вони стикаються з конкретною проблемою [7]. У студіях Дж. Брунера [9] є розробки, присвячені вдосконаленню методів викладання природничо-математичних дисциплін на основі активізації евристичного мислення та інтуїції.

Дослідники із Туреччини А. Кімер і М. Тимучин [10] зараховують критичне мислення до навичок мислення високого порядку, а американський психолог сучасності Д. Халперн [11] вважає критичне мислення рушійною силою в процесі досягнення мети. Група дослідників Лі Хюньонг, Д. Парсонс, Г. Квон [12] досліджують процес формування критичного мислення в учнів шляхом залучення мобільної навчальної гри.

Проблему формування критичного мислення вивчали також такі знані зарубіжні та українські вчені: Д. Халперн, Р. Поль, Б. Триллінг, Ч. Фейдл, Д. Кун, О. Пометун,

І. Зимня, С. Терно та ін., зокрема з використанням (та засобами) інформаційних технологій: Н. Морзе, С. Литвинова, Л. Варченко та ін. Р. Поль [4], один із провідних спеціалістів США в галузі теорії і практики критичного мислення, зокрема, вважає критичне мислення серцевиною реформи освіти з метою приведення її у відповідність із запитами життєдіяльності цивілізованого світу XXI століття, системотворчим фактором освіти, який дозволяє підвищити її ефективність і наблизити до потреб практичної діяльності фахівця, а навчання критичного мислення вважає базовою формою підготовки до успішної життєдіяльності в інформаційному і постінформаційному суспільстві. У попередніх наукових роботах М. Астаф'євої та В. Прошкіна [13 – 15] доведено, що саме засоби геометрії можуть слугувати дієвим інструментарієм у формуванні критичного мислення майбутніх учителів математики, наведено окремі приклади використання інформаційних технологій задля підвищення ефективності зазначеного процесу.

Теоретико-методичні засади використання інформаційних технологій, комп'ютерно орієнтованих методичних систем навчання математики у ЗСО та ЗВО висвітлено в працях українських науковців М. Жалдака, Н. Морзе, С. Ракова, С. Семерікова, Ю. Триуса, О. Співаковського, О. Семеніхіної, Ю. Рамського, та ін. Наприклад, науковці О. Матвійчук, В. Сергієнко, С. Подласов [16] розкривають необхідність використання в освітньому процесі комп'ютерних моделей фізичних явищ, що обумовлює глибше розуміння сутності процесів, які відбуваються, та їх математичного описання, у дослідженнях О. Гриб'юк [17] подано процес використання систем комп'ютерної математики в контексті активізації дослідницької діяльності учнів. У наукових студіях М. Шишкіної та У. Когут [18] розглядаються технології використання системи комп'ютерної математики (СКМ), технології використання WEB-СКМ при навчанні методів оптимізації розкрито Ю.Триусом [19], методичні особливості впровадження технологій критичного мислення на основі використання пакетів комп'ютерної алгебри та динамічної геометрії висвітлені Т. Олійник [20] та ін.

Незважаючи на різнопланові наукові розвідки багатьох аспектів формування критичного мислення, зазначена проблема залишається актуальною й недостатньо дослідженою в контексті використання інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема систем динамічної геометрії та хмарних сервісів при вивченні геометричних дисциплін у закладах вищої освіти.

Мета статті – обґрунтувати доцільність комп'ютерної підтримки процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії.

2. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

Досягненню мети дослідження сприяло використання комплексу відповідних методів: аналіз наукової літератури з метою встановлення стану розробленості досліджуваної проблеми, визначення категоріально-понятійного апарату дослідження; синтез, узагальнення, систематизація для теоретичного обґрунтування педагогічної технології формування критичного мислення; емпіричні: діагностичні (бесіда, аналіз ЗМІ та соціальних мереж, контент-аналіз, тестування) для відстеження динаміки рівня сформованості критичного мислення студентів; педагогічний експеримент з метою доведення ефективності комп'ютерної підтримки формування критичного мислення засобами геометрії; математичні методи (на основі теорії нечітких множин) для оцінки значущості позитивних зрушень щодо результатів експериментальної роботи.

Дослідження виконано в рамках комплексної наукової теми кафедри комп'ютерних наук і математики Київського університету імені Бориса Грінченка «Теоретичні і практичні аспекти використання математичних методів та інформаційних

технологій в освіті і науці», ДР № 0116U004625. Експериментальна база дослідження: Київський університет імені Бориса Грінченка (студентські наукові гуртки «Використання ІКТ в освітньому процесі», «Математичні студії»), Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя, ЗСО (м. Київ).

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1. Технологія формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії та її комп'ютерна підтримка

Проблема професійної підготовки майбутніх учителів математики є однією з фундаментальних у сучасній педагогічній теорії та практиці та має давню педагогічну традицію. На сьогодні в науці наявний доволі великий фонд наукових знань, що розкриває різноманітні підходи та аспекти університетської математичної освіти, з кожним роком інтерес до проблеми зростає. Як показують численні дослідження, бесіди з учителями математики ЗСО, виступи педагогів-практиків у пресі, серед найважливіших компетентостей, актуальних у роботі сучасного педагога, є критичне мислення (як уміння працювати з інформацією, здатність продукувати ідеї, визначати стратегічні питання та вирішувати їх, знаходити переконливу аргументацію, брати на себе відповідальність, відстоювати власну позицію та корегувати її під аргументованим впливом опонентів) та ІКТ-грамотність.

Затребуваність критичного мислення в інформаційному суспільстві Р. Поль [4] доводить двома вагомими причинами. По-перше, інформація набуває якісно нових, базисних, функцій, а інформаційна революція містить вагому антропологічну складову, яка передбачає вдосконалення не лише техніки і технологій, а й людини, насамперед, її мислення. Другим фактором учений вважає існування і формування демократичного суспільства, тому що саме в такому суспільстві на перший план виходить здатність і готовність оцінювати ситуацію критично.

Українські реалії, натомість, свідчать, на жаль, про вкрай низький рівень сформованості цієї «здатності і готовності» у значної частини суспільства, зокрема молоді: учнів та студентів університетів. Це з року в рік засвідчують результати ЗНО (особливо з математики, фізики) випускників шкіл (розміщуються на сайті Українського центру оцінювання якості освіти) та, як показує наш багатолітній викладацький досвід у різних університетах, велика частка стабільних трієчників серед студентів. Результати анкетування, яке ми проводили в 2016 р., також показали, що рівень критичного мислення школярів та студентів першого курсу університету можна охарактеризувати як низький та середній [13, с. 38 – 40]. Анкетування 2017 р. на предмет критичного мислення студентів-математиків та інформатиків І, ІІ курсів, про що детальніше йтиметься далі, показало, що в переважної їх більшості навички критичного мислення не сформовані або сформовані слабо. Навіть більше, анкетування за тими ж завданнями пройшли 5 учителів математики з різних шкіл міста Києва – і лише один із анкетованих продемонстрував достатній рівень критичного мислення (усі результати у відсотках правильно виконаних завдань наступні: 35%; 38%; 47%; 53% і 75%).

Отже, можемо стверджувати, що сьогодні є гостра потреба, суспільний запит на педагогічні технології, спрямовані на розвиток критичного мислення студентів – майбутніх учителів математики.

Існує чимало трактувань критичного мислення як педагогічного феномену. Усі вони базуються на загальновідомому класичному визначенні критичного мислення, яке дав Метью Ліпман, як кваліфікованого, відповідального мислення, що виносить

правильні судження, тому що засноване на критеріях, здатне до самовдосконалення та враховує контекст [2]. Ми не будемо «прив'язуватися» до якоїсь конкретної дефініції і розумітимемо критичне мислення, як мислення якісне, яке, ґрунтуючись на когнітивних навичках і стратегіях, допомагає аналізувати об'єкти, ситуації, події, і на основі такого аналізу приймати рішення: формулювати обґрунтовані висновки, давати правильні оцінки, адекватно інтерпретувати, а також коректно застосовувати отримані результати до ситуації та проблеми. Окрім здатності мислити логічно, дотримуючись законів формальної логіки, приходити до одного висновку, єдиного рішення, розв'язку (конвергентність), критичне мислення дивергентне – воно передбачає творчий пошук, здатність бачити альтернативи, шукати інші варіанти, розглядати явище (ситуацію, об'єкт тощо) з різних точок зору.

Формувати у студентів навички критичного мислення – завдання всіх навчальних дисциплін освітньої програми підготовки майбутнього вчителя математики. Однак, як доведено нами в [15], вигідну перевагу з погляду засобів та інструментів для цієї мети мають геометричні дисципліни, зокрема конструктивна та проективна геометрії. Крім того, експериментально доведена ефективність розробленої нами педагогічної технології формування навичок XXI століття, зокрема критичного мислення та інформаційної й комп'ютерної грамотності, у школярів при розв'язуванні геометричних задач на побудову [13; 14].

Які особливі засоби й інструменти формування критичного мислення має **геометрія**, що їх не мають інші дисципліни? Що вигідно вирізняє її в цьому плані? Окрім навчання мислити логічно (із дотриманням законів математичної логіки) й відповідально (розуміння обмеженості власного знання і можливості помилятися; готовність неупереджено розглядати точку зору, відмінну від власної; внутрішня потреба бути доказовим і правдивим у власних судженнях; готовність долати перешкоди заради пізнання істини), властиве будь-якій математичній дисципліні, геометрія має додаткові можливості для формування критичного мислення. Через візуалізацію, зокрема з використанням інформаційних ресурсів, геометрія домагається чуттєвого сприйняття, формування у свідомості індивіда стійких асоціацій через зорові образи, що сприяє розвитку просторової уяви й геометричної інтуїції. Крім того, геометричні задачі, зазвичай, не алгоритмізуються, а це стимулює творчий пошук, розвиває дослідницькі навички, навчає добре організовувати й мобілізовувати свої знання, змушує діяти в умовах невизначеності, сприяє комунікації.

Задачі на доведення й побудову спонукають до самостійної пізнавальної й дослідницької діяльності. Крім того, процес розв'язання геометричної задачі на побудову, що складається з чотирьох етапів (аналіз вихідних даних і формування плану розв'язання; реалізація плану; доведення, що побудована фігура задовольняє умови задачі; дослідження розв'язків та альтернатив) є прикладом класичного вирішення будь-якої (не лише математичної) проблеми. Варто зазначити, що задачі на побудову – це свого роду головоломки, а тому виховують, а швидше викликають, здатність дивуватися, захоплюватися, прагнення будь-що розв'язати задачу, пробуджують азарт і волю, тобто приводять у дію механізм внутрішньої мотивації, дарують радість творчості й пізнання. Тобто усе те, без чого навчання не може бути успішним.

Вивчення курсу проективної геометрії відіграє важливу роль у формуванні світогляду, розуміння зв'язків між різними геометричними системами (доведено, що за допомогою методів проективної геометрії можна описати всі відомі науці неевклідові геометрії площини), тобто сприяє системності мислення. Проективна геометрія формує ключову якість критичного мислення – здатність до моделювання. Її методи знаходять своє застосування в геодезії, архітектурі, живописі та багатьох інших галузях. Її ж зв'язок з евклідовою геометрією тісний і взаємний: при вивченні понять і об'єктів

проективної геометрії використовуються моделі геометрії евклідової і навпаки, методи проективної геометрії успішно «працюють» при розв'язуванні задач евклідової геометрії. Цю обставину особливо важливо враховувати в професійній підготовці майбутнього вчителя математики, адже в школі йому доведеться навчати учнів саме евклідової геометрії.

Спираючись на позитивний досвід упровадження зазначеної технології в шкільну практику [13] та враховуючи результативне використання хмарних сервісів при організації дослідницької роботи студентів [21], ми розробили **педагогічну технологію формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії,** яка складається з цільового, змістово-процесуального та контрольно-оцінювального компонентів. Суттєвим елементом технології на всіх етапах її реалізації є цілеспрямована комп'ютерна підтримка, насамперед використання комп'ютерних інструментів математичної діяльності та комунікації.

Які можливості інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема систем динамічної геометрії та хмарних сервісів, допоможуть зробити більш ефективним процес формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії? Вважаємо, що до таких можливостей слід зарахувати такі:

- візуалізація геометричних об'єктів, понять, зв'язків (зокрема й виражених аналітичними конструкціями), тверджень, доведень;
- динамічні креслення;
- комп'ютерний експеримент для дослідження (висунення та перевірка гіпотез);
- контроль аналітичних перетворень;
- швидке і якісне виконання необхідних зображень, що економить час;
- генерація інтерактивних завдань;
- забезпечення необмеженої комунікації.

Комп'ютерна підтримка розробленої технології забезпечується СКМ GeoGebra, що має усі зазначені вище можливості, та хмарними сервісами, які використовуються з метою:

– організації неформальної комунікації в процесі розв'язання геометричних задач (тематичні форуми та чати створюються для: опрацювання даних з певної тематики; різностороннє трактування даних, у тому числі й винайдення їх зв'язків з повсякденним життям (цьому сприяє рекомендована підтема у форумі «Реалізація у повсякденні»); знаходження партнерів у дослідженні теми поза межами учасників освітнього процесу тощо), *приклади сервісів: форуми, чати, групи;*

– виконання дослідницького навчання при вивченні геометрії (спільні документи у хмарах, над якими працюють малі групи для: покрокового дослідження, деталізації, аналізу і систематизації матеріалу за обраною темою, у тому числі можливістю постійного уточнення кожного кроку за допомогою коментарів), *приклади сервісів: документи;*

– створення презентаційних та мультимедійних матеріалів (обробка презентацій, відео-, графічних файлів тощо), *приклади сервісів: презентації, File Lab (Video, Audio), Pixel Expres, Picassa, Wewideo тощо;*

– проведення моніторингу освітнього процесу (анкетування, діагностика, опитування, іншими словами – інтерактивного взаємозв'язку зі студентами, які входять в експериментальну групу), *приклади сервісів: форми, Learning Apps, Kahoot тощо;*

– оцінювання розв'язків геометричних задач у режимі он-лайн (за допомогою хмарних сервісів надається доступ до он-лайн ресурсу, у якому є критерії оцінки розв'язання задачі і особистий аркуш кожної групи), *приклад сервісів: таблиці.*

Зупинимося детальніше лише на окремих елементах змістово-діяльнісного (зміст, форми, методи, засоби навчання) та оцінювально-рефлексивного етапів реалізації технології.

Змістово-діяльнісний етап передбачає конструювання цілісного педагогічного процесу, який забезпечує сформованість критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії. Фактично мова йде про те, що саме потрібно змінити в змісті навчання, які форми та методи навчання обрати з метою підвищення рівня сформованості досліджуваної компетентності.

Зміст навчання. Як зазначено вище і як підтверджує практика, геометрія має широкі можливості для формування критичного мислення завдяки органічному поєднанню формальної логіки (абстрактності) й конструктивізму (наочності, образності). На жаль, в останні роки спостерігається превалювання формально-аналітичних підходів до вивчення геометрії і нехтування конструктивною складовою, задачами з суто геометричним змістом. Із шкільної геометрії практично повністю вилучені задачі на побудову (окрім кількох найпростіших побудов). У навчальних планах підготовки математиків, зокрема вчителів математики, у більшості українських університетів не передбачено вивчення конструктивної геометрії, поступово витісняється проективна геометрія як обов'язкова навчальна дисципліна. А там, де проективна геометрія входить до переліку хоча б вибіркових навчальних дисциплін, часто, з міркувань економії часу, обирається чисто аналітичний підхід до її викладання.

Аналітичний метод справді дещо економить час (не потрібно виконувати громіздких графічних побудов), крім того, перевагою такого підходу є те, що можна використовувати координатний метод, який студенти вивчали в аналітичній геометрії. Однак відмова від геометричних образів, які, власне, роблять геометрію «живою» наукою, використання лише апарату алгебри при вивченні проективної геометрії не формує у студентів просторової уяви та образного мислення, ускладнює сприйняття й розуміння понять та фактів проективної геометрії, вихолощує саму її суть. Формальна і конструктивна геометрії споріднені предметно і фактично присутні одна в одній, тому найбільш доцільним є поєднання обох підходів.

Усунути негативні наслідки надмірної «алгебраїзації» геометрії, гармонізувати формально-аналітичний і конструктивний підхід до її вивчення допомагає СКМ GeoGebra. Завдяки візуальним можливостям цього комплексу вдається не лише легко, у кожен потрібний момент, надати зображення геометричної фігури (змінювати ракурс, приховувати чи виділяти окремі елементи), а й ефективно організувати процес самостійного отримання нових знань, через який і формується якісне мислення. Справа в тому, що GeoGebra не містить готових динамічних рисунків, алгоритмів тих чи інших побудов, фігур та їх перерізів, які автоматично з'являються кліком миші на певну опцію. Студент має у своєму розпорядженні лише віртуальні циркуль і лінійку, усе решта він має створити самостійно. Самостійно може бути створений також інструмент будь-якої складності (наприклад, трикутник і вписане в нього коло), але, щоб його створити, студент має знати, як знайти центр і радіус вписаного кола та вміти їх побудувати за допомогою циркуля й лінійки.

GeoGebra має можливість динамічної візуалізації, що особливо важливо при вивченні геометричних перетворень, при дослідженні певних об'єктів і явищ, встановленні їх інваріантів, з'ясуванні властивостей тощо. Крім того, GeoGebra дозволяє не тільки спостерігати зображення точки, відрізка, прямої, кола, еліпса тощо в динаміці, а й бачити в спеціальному вікні «Алгебра» відповідні координати чи рівняння. Ця візуальна можливість допомагає розумінню зв'язку між певною аналітичною конструкцією і її геометричним (графічним) образом.

Отже, навчання з допомогою системи динамічної геометрії є своєрідним

інтелектуальним партнерством комп'ютера й студента, унаслідок якого збагачуються знання студента, формуються його дослідницькі компетентності, розвивається критичне мислення.

Форми навчання. При виборі будь-якої з них мають бути створені умови для предметного, діяльного спілкування і взаємодії викладач – студент, студент – студент (під час аудиторної лекції чи практичного заняття і особливо поза ними; як очного, так і віртуального через хмарні сервіси зберігання й обміну даними, кресленнями, спільні документи (Google Docs/Таблиці, Презентації), форми для опитування, Learning Apps/Kahoot для забезпечення динамічного інтерактивну тощо).

Нинішнє «цифрове покоління» прийшло на зміну поколінню «самітників», коли всі найпомітніші винаходи мали, як правило, одного автора. Багато сьогоднішніх, а ще більше завтрашніх проблем носять міжгалузевий і міждисциплінарний характер, а тому їх розв'язання просто не під силу одній людині, яка, враховуючи фантастичне, з одного боку, збільшення, а з другого – поглиблення і вузьку спеціалізацію наукового знання, не може бути фахівцем у всіх галузях. Тому доводиться комунікувати і співпрацювати в складі різноманітних груп з метою вирішення спільного завдання. А це, у свою чергу, вимагає від індивіда гнучкості, здатності до компромісів, готовності брати на себе відповідальність за результати спільної роботи, уміння вести діалог. Математичні задачі, зокрема задачі на побудову й доведення, спонукають до комунікації (обговорення ідей, опонування, дискусії, колективний пошук шляхів розв'язання тощо), а сучасні інформаційно-комунікаційні технології забезпечують можливість такої комунікації. Активне залучення хмарних сервісів дає змогу працювати в зручному для студентів середовищі, яке, зазвичай, є кросплатфомне. Задачі на побудову та доведення, проведення досліджень, виконання спільних проектів дають невичерпні можливості для такої взаємодії, діалогу в процесі розв'язання проблемної ситуації.

Методи навчання, що ґрунтуються на дослідженні. У численних педагогічних працях розкривається різноманіття методів навчання, яких нараховується понад півсотні. Так само існує багато їх класифікацій у залежності від того, що взято за основу тієї чи іншої класифікації. Теоретичні дослідження, пов'язані з методами навчання, активно продовжуються. «У педагогіці до сьогоднішнього часу немає важливішої категорії для розвитку педагогічної теорії і освітньої практики, ніж категорія «метод навчання». Ми виходимо з того, що, як зазначає В. Сластьонін, «методи навчання самі по собі не можуть бути ні хорошими, ні поганими» [22, Розд. 14], тому вибір оптимального їх поєднання має бути зорієнтований на забезпечення характеру пізнавальної діяльності – проблемне навчання, евристику і дослідження. У такому освітньому процесі пріоритетна роль викладача – не надавати готові знання чи розв'язки, а керувати дослідницькою діяльністю студентів, у результаті якої вони створюють нове для себе знання. Зокрема модернізується дидактична позиція викладача в освітньому процесі: трансформація професійної викладацької позиції в площину партнерства, фасилітації; формування сприятливих умови для діалогу; активізація розвивального потенціалу навчання; імплементація пошукової діяльності в освітній процес.

Окрім традиційних *засобів навчання* геометрії – підручників, креслярських інструментів, наочних посібників тощо, передбачається використання різних хмарних сервісів, як орієнтованих на спільну роботу з текстовими, табличними, мультимедійними даними, так і використання систем комп'ютерної математики та WEB-СКМ. Зауважимо, що студенти при реалізації проектного завдання можуть обирати довільну СКМ (в мережі постійно з'являються нові додатки, які з часом набувають кросплатформності), але з обов'язковим побажанням потрактувати переваги і недоліки обраної СКМ.

Для розв'язання аудиторних задач студентам пропонується СКМ GeoGebra, що відзначається широкою функціональністю та простим, інтуїтивним інтерфейсом (Рис. 1).

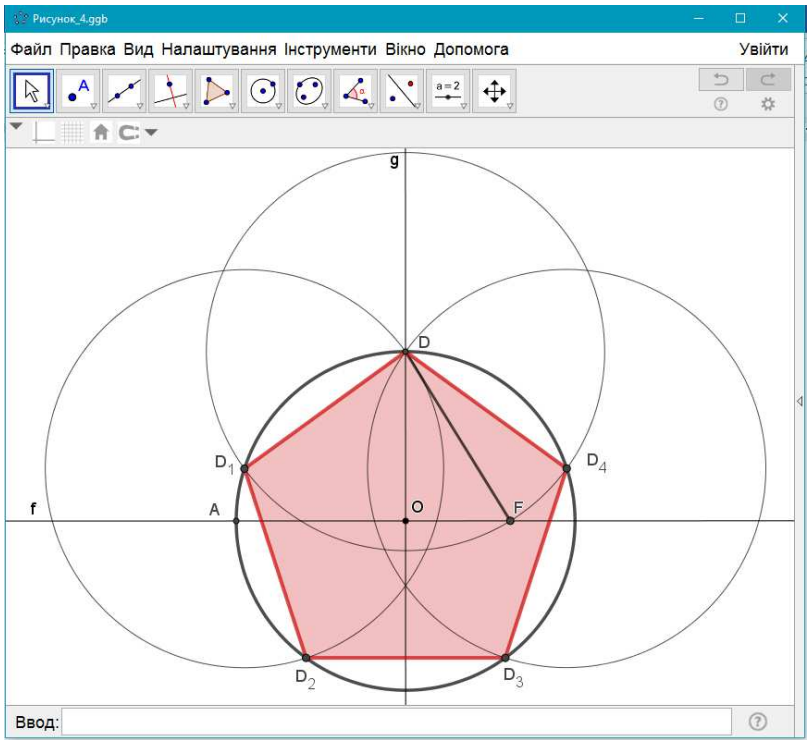

Рис. 1. Інтерфейс системи комп'ютерної математики GeoGebra

Використання GeoGebra дозволяє швидко створювати і демонструвати інтерактивні креслення, що суттєво економить час (на Рис. 1, зокрема, бачимо розв'язок непростої задачі про побудову правильного п'ятикутника), користуватися великим зібранням уже створених ресурсів; забезпечує заняття необхідною кількістю наочного матеріалу; підвищує продуктивність і ефективність занять; стимулює інтерес студентів до предмету і процесу навчання взагалі; спонукає до вивчення нового в сфері інформаційних технологій, сприяє формуванню ІКТ-навичок.

Визначення результативності технології формування критичного мислення відбувається на **оцінювально-рефлексивному етапі**. Ця складова передбачає контроль, аналіз та корекцію експериментальної роботи й отриманих результатів. Водночас контрольні заходи переслідують і навчальну мету, яка досягається через групову й індивідуальну рефлексію (аналіз, критику, самоаналіз, самокритику). Обговорення розв'язань геометричних задач робить можливою таку рефлексію, бо задачі найчастіше можна розв'язувати не одним способом, а тому є благодатний ґрунт для обговорення.

3.2. Упровадження розробленої технології в практику роботи Центру «живої» математики

Сьогоднішня модернізація змісту освіти, запровадження в практику діяльності вищих закладів освіти інноваційних освітніх технологій спрямовані на формування соціально активної, творчої особистості. За останні роки МОН України розробило і затвердило значну частину галузевих стандартів спеціальностей відповідно до нового їх переліку, і цей процес продовжується.

У Київському університеті імені Бориса Грінченка нові освітні програми, які

відповідали б ідеології Закону України «Про вищу освіту», почали створювати ще в 2015 р. По мірі того, як з'являються галузеві стандарти чи їх проекти, в освітні програми вносяться відповідні корективи зі збереженням специфіки університету, потреб ринку праці, що обумовлює певні особливості підготовки фахівців тієї чи іншої спеціальності. Так університетська освітня програма підготовки бакалаврів у галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» передбачає вивчення циклу психолого-педагогічних дисциплін, методики навчання математики в школі, педагогічну практику, що дає підстави присвоювати бакалаврам додаткову кваліфікацію вчителя математики.

З метою забезпечення високої конкурентоспроможності своїх випускників в університеті розроблена і з 2017 – 2018 н. р. запроваджується **нова освітня стратегія**, головною ідеєю якої є підвищення якості підготовки на основі компетентнісного підходу, навчання, заснованого на ІКТ-грамотності, практичній діяльності та дослідженнях. Передбачено зменшення часу на традиційні лекції та теоретичні семінари, здійснення рішучого переходу до інтерактивних технологій з широким використанням новітнього обладнання, посилення практичної підготовки, активне залучення сучасних ІКТ в освітній процес, практико-орієнтованих досліджень, впровадження ефективного моніторингу оцінки знань. Ключовими структурними одиницями, через які реалізується нова освітня стратегія, стають створені Центри компетентностей. Один із них – **Центр «живої» математики**.

Затверджена Концепція Центру «живої» математики, яка визначає мету та основні завдання Центру, зміст його роботи, результати навчання і навчальної практики студентів (загальні та фахові компетентності), напрямки наукової та дослідницької роботи викладачів та студентів, перспективи співпраці з партнерами. Серед *основних завдань Центру*, зазначених у Концепції, – формувати в першокурсників сприйняття математики як цікавої й «живої» науки, яка потрібна в багатьох професіях і повсякденному житті; виробляти в студентів ефективні прийоми розумової діяльності та вміння вчитися; формувати в студентів навички критичного мислення, ІКТ-грамотність, першопочаткові навички дослідника; виробляти готовність й уміння ефективної взаємодії та колективної роботи та ін.

Зміст навчання в Центрі реалізується через технології активного навчання й самонавчання, зокрема й інформаційні та хмаро орієнтовані, посилення практичної спрямованості освітньої діяльності, дослідницьку роботу студентів, тобто через «живе» навчання математики. Наслідком такого навчання є критичне мислення.

На базі Центру «живої» математики нами розроблена, частково апробована і поступово впроваджується технологія формування критичного мислення студентів-математиків у процесі їх професійної підготовки. Зокрема, в лютому 2017 р. у межах роботи наукового гуртка «Математичні студії» було виділено секцію «Геометричні побудови». За цим же планом працював математичний гурток у Ніжинському державному університеті імені Миколи Гоголя (далі – НДУ) у складі 6 студентів першого та другого курсів спеціальності 014 «Середня освіта», предметної спеціалізації 014.04 «Середня освіта (Математика)». Учасниками обох гуртків, зокрема, реалізовано колективний проект – в СКМ GeoGebra, розроблено 18 динамічних моделей (з елементами анімації) до теми «Конфігураційні теореми проективної геометрії».

Представимо далі приклад однієї із динамічних моделей.

Задача. Дано дві прямі a та a_1, які перетинаються за межами рисунка в точці K і точка M, яка цим прямим не належить. Потрібно через точки M та K провести пряму.

Розв'язання. Скористаємося теоремою Дезарга. Тоді шукана пряма – дезаргова. Щоб її знайти (провести) побудуємо дезаргову конфігурацію, у якій недоступна точка

K і задана точка M є точками перетину прямих, що містять дві пари відповідних сторін дезаргових трикутників (одна із цих пар задана: $a \cap a_1 = K$). Точки K на рисунку ми не маємо (вона за його межами), тому, для побудови шуканої прямої потрібно, крім даної точки M, мати ще одну точку (N), якою й буде точка перетину третьої пари відповідних сторін дезаргових трикутників. Звідси постає наступний алгоритм побудови:

1) позначаємо довільно точку S, що не належить заданим прямим і не збігається з точкою M (дезаргова точка);

2) проводимо через точку S три довільні прямі l_1, l_2, l_3, які перетинають прямі a та a_1; нехай $l_1 \cap a = A$, $l_1 \cap a_1 = A_1$, $l_2 \cap a = B$, $l_2 \cap a_1 = B_1$; маємо, таким чином, вершини A, B та A_1, B_1 дезаргових трикутників, у яких $AB \subset a$, $A_1B_1 \subset a_1$;

3) будуємо треті вершини C та C_1 дезаргових трикутників: $C = l_3 \cap (MA)$, $C_1 = l_3 \cap (MA_1)$; трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ побудовані;

4) перетин прямих, що містять сторони BC і B_1C_1, дає точку N;

5) через точки M і N проводимо пряму.

Пряма MN проходить через недоступну точку K, оскільки точки $K = (AB) \cap (A_1B_1)$, $M = (AC) \cap (A_1C_1)$ і $N = (BC) \cap (B_1C_1)$, згідно з теоремою Дезарга, лежать на одній прямій. Скриншоти послідовних кроків динамічної моделі зображені на рис. 2а–2е.

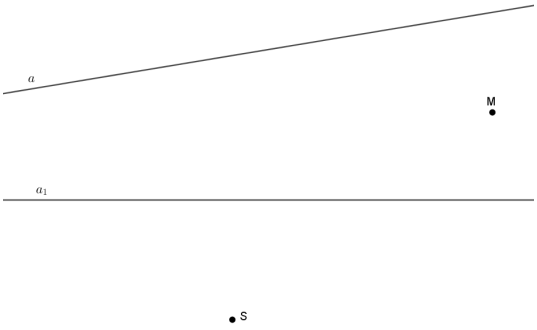

Рис. 2а

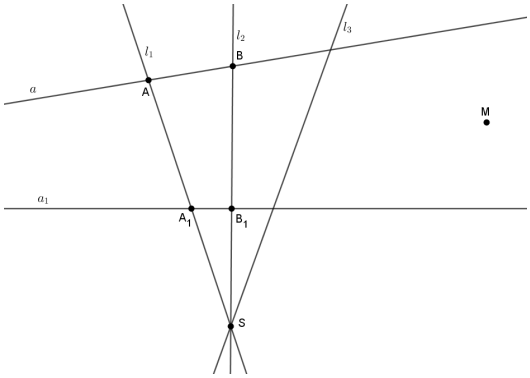

Рис. 2б

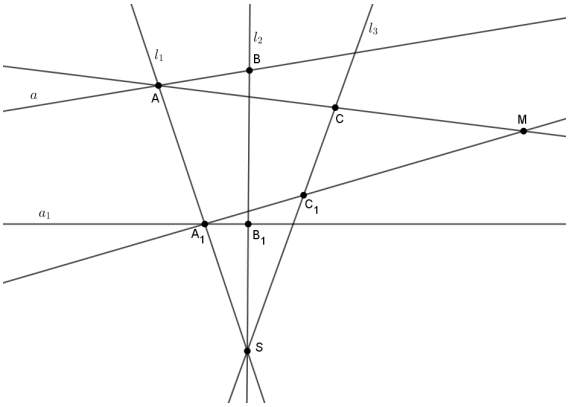

Рис. 2в

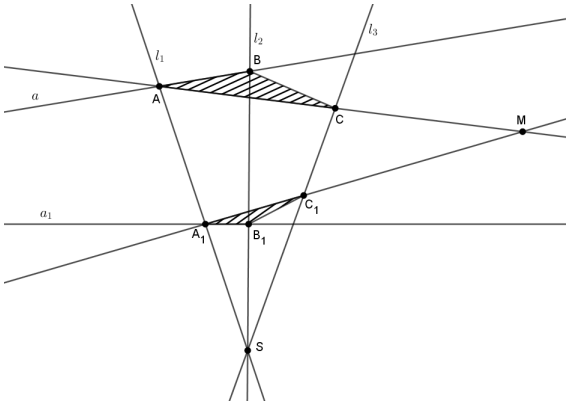

Рис. 2г

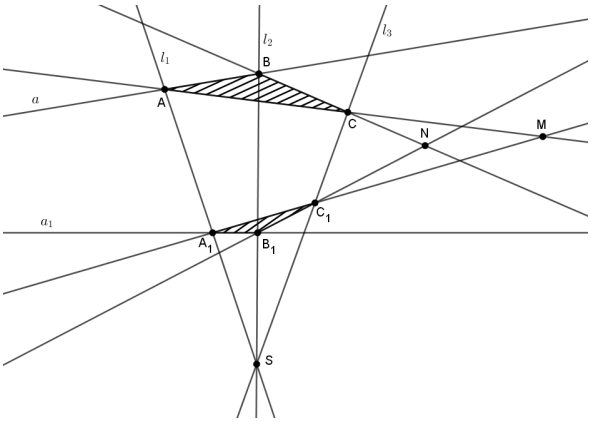

Рис. 2д

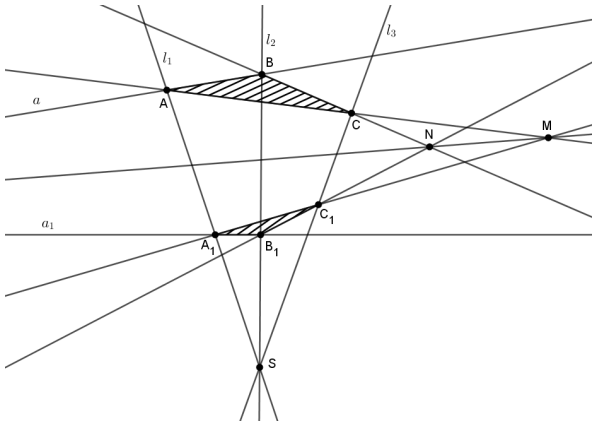

Рис. 2е

На рис. 3а, 3б показано, як, змінюючи положення точки (робити це можна переміщаючи точку за допомогою миші), змінює вигляд дезаргова конфігурація, але шукана пряма свого положення не змінює. Так, зокрема, за допомогою СКМ GeoGebra студент експериментально може перевірити правильність розв'язання задачі, а потреба і здатність перевірити отриманий розв'язок на адекватність – один із показників критичного мислення.

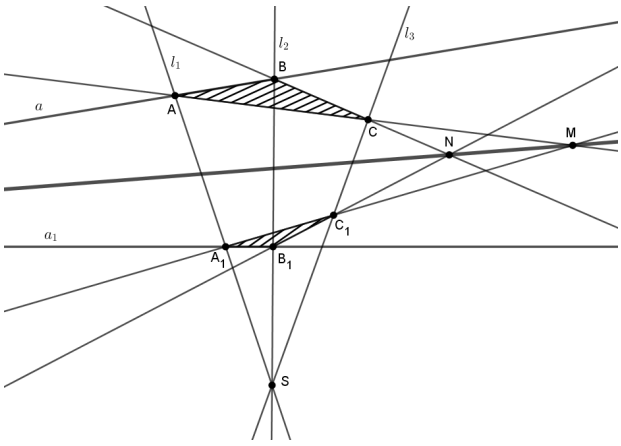

Рис. 3а

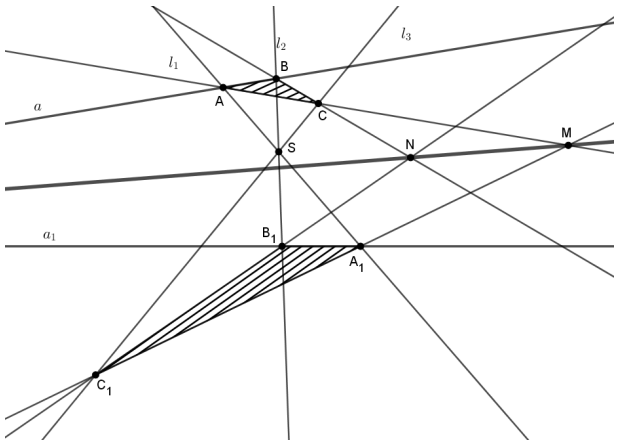

Рис. 3б

Як свідчить практика, використання СКМ GeoGebra виступає ефективною формою підтримки формування навиків критичного мислення засобами геометрії через те, що:

- динамічні креслення (без залучення готових об'єктів) візуалізують взаємозв'язки властивостей геометричних об'єктів;
- процес формування алгоритму створення та виконання в СКМ креслень вимагає активного залучення опорних знань з довготривалої пам'яті студентів (означення та теореми);
- СКМ стимулює використання індуктивного та дедуктивного методів аналізу при висуненні гіпотези дослідження, оцінюванні альтернатив розв'язків та, зрештою, при прийнятті обґрунтованого рішення;

– СКМ дає можливість полегшувати студентам спосіб сприйняття геометричних побудов та об'єктів, зокрема: реконструювати об'єкти, змінювати ракурс, приховувати незначні або виділяти значущі складові креслення.

СКМ GeoGebra та хмарні сервіси дають можливість студентам: 1) створювати динамічне креслення; 2) залучати на будь-якому етапі до обговорення (чат, примітки в спільному документі, форум тощо) як своїх партнерів з малої групи (які досліджують той чи інший геометричний об'єкт), так і звертатись до досвіду своїх колег з групи, інших навчальних закладів, включених до експерименту (або ж звертатись до досвіду викладачів); 3) здійснювати розкриття перебігу вирішення поставленої проблеми в часовому цензі (на етапі аналізу, обговорення, оцінювання, синтезу); 4) забезпечувати подання геометричних об'єктів з необхідною повнотою представлених даних.

У попередній роботі [21] було запропоновано алгоритм використання хмаро орієнтованих технологій при організації науково-дослідної роботи студентів. Упевнені, що цей алгоритм має універсальний характер і при певній його модернізації може бути застосований при впровадженні розробленої нами технології формування критичного мислення в практику університетської освіти. Представляємо складові алгоритму:

– об'єднання в малі групи (створення ряду документів у хмарі (документ для спільного опрацювання, презентація для подання та захисту розв'язки геометричних задач, шаблону форуму для обговорення; визначення складу групи, ролей, налагодження взаємопідтримки та колаборації);
– визначення об'єкту дослідження (отримання студентами завдання, загальний розгляд напрямів розв'язку за допомогою СКМ GeoGebra в центрі «живої» математики, визначення кожною малою групою альтернативної СКМ із запропонованих у студіях [16; 17] (приклади СКМ: університального призначення – Derive, MathCad, MuPad Mathematica, Mathlab, Maple, Maxima; динамічної геометрії – Cabri, SketchPad, Cinderella, Next, Scilab, GRAN-3D; експертна система – Wolfram Alfa; інтерактивні симуляції для природничих і математичних наук – Phet Interactivt Simulation тощо, принагідно зауважимо, що важливою характеристикою вибору студентами СКМ є її безкоштовність, кросплатформеність та попит у користувачів мережі);
– визначення мети і завдання (незважаючи на різноплановість задач, які пропонуються студентам, обов'язковою рекомендацією при розгляді розв'язків є практична реалізація отриманого розв'язку в повсякденному житті);
– розподіл завдань у групі ставить перед учасниками малої групи вибір сфери відповідальності в проекті за: формування звіту системи комп'ютерної математики Maple/ текстовому процесорі (MS Word/Google Docs); системах представлення результатів звіту презентації, мультимедійні файли (флеш, відео, графічні редактори); засоби аналізу мережних даних (WEB OF SCIENCE, Google Scholar) та засобами здійснення опитування/анкетування (блоги, форми, Learning Apps, Kahoot), а також з обраним альтернативним СКМ (також рекомендується для перевірки результатів користуватись експертною системою Wolfram Alfa);
– конвертування матеріалів в електронні методичні матеріали (створені матеріали конвертуються до електронного навчально-наукового середовища навчання – LMS Moodle – або перспективою подальшого розгортання експерименту є створення (на основі дослідження) складових елементів масових відкритих онлайн-курсів (МООС)) тощо.

Після чотирьох місяців роботи (вересень – грудень 2017 р., 34 год. аудиторних занять та 56 год. самостійної роботи) ми провели діагностичне тестування у трьох

групах: контрольній (студенти першого і другого курсів спеціальностей 111 «математика», 122 «інформатика» Університету Грінченка та студенти-інформатики другого курсу НДУ, усього 20 осіб – не члени гуртка) і експериментальних (члени гуртка, які займаються у секції «Геометричні побудови» в Університеті Грінченка – 12 осіб та члени математичного гуртка, які працювали за нашим планом, в НДУ– 6 осіб).

Інструментарієм для перевірки ефективності використання систем динамічної математики та хмарних сервісів для формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії послужило тестування. Тест [23] містив 20 завдань, 11 з яких пропонувалися в різні роки Програмою міжнародного оцінювання учнів (PISA), яка, як відомо, не ставить за мету перевірити рівень навчальних досягнень, а оцінює наскільки особа **зможе використовувати знання й уміння, отримані в школі, за можливих життєвих труднощів і викликів**, тобто власне те, що є найголовнішою ознакою критичного мислення та рівня ІКТ-грамотності. Зазначимо також, що й решта 9 завдань відповідали цьому ж принципу.

Для оцінки рівня сформованості критичного мислення ми обрали такі важливі, на наш погляд, параметри:

1) **здатність застосувати** в життєвій ситуації або до розв'язування якоїсь практичної задачі загальновідомих, елементарних фактів шкільної математики (завдання I, II, III_1, III_2, III_3, VI, VII, IX, X, XI);
2) **здатність до аналізу**, порівняння, зіставлення, емпіричних міркувань, спроможність оцінити той чи інший результат, ураховуючи контекст та хмарні сервіси (завдання IV, VI, VIII, IX, X, XIV_3);
3) **уміння бачити причинно-наслідкові зв'язки**, розуміти необхідні й достатні умови (завдання VIII);
4) **здатність аргументовано доводити,** переконливо обґрунтовувати (завдання I, II, III_1, III_2, III_3, IV, V, VI, VII, IX, X, XI, XII_1, XII_2, $XIII_1$, $XIII_2$, XIV_2, XIV_3);
5) **уміння використовувати засоби наочності та системи комп'ютерної математики** (графіки, таблиці, діаграми, рисунки, схеми) для ілюстрації, інтерпретації, аргументації (завдання III_2, V, VII, X, XII_1, XII_2, $XIII_1$, $XIII_2$);
6) **здатність розглядати різні варіанти, точки зору, альтернативи** (завдання VII, X, $XIII_2$);
7) **уміння задавати питання, знаходити потрібну інформацію у відповідних джерелах** (завдання XI, XIV_2);
8) **адекватно розуміти та інтерпретувати надану інформацію** (а також буквальний і переносний зміст) чи умову задачі, уміти бачити несуттєві або зайві дані та розуміти, якої інформації не вистачає (завдання IV, V, VIII, XI, $XIII_2$).

Для порівняльного аналізу експериментальні групи студентів Університету Грінченка та НДУ, результати тестування яких приблизно однакові, ми об'єднали в одну (змішану) експериментальну групу (18 осіб). З результатами тестування усіх трьох груп у розрізі завдань можна ознайомитись, зв'язавшись з авторами дослідження. Порівняльний аналіз отриманих результатів представлений гістограмою (Рис. 4), на якій бачимо, що на всі запитання тесту студенти експериментальної групи відповіли значно краще.

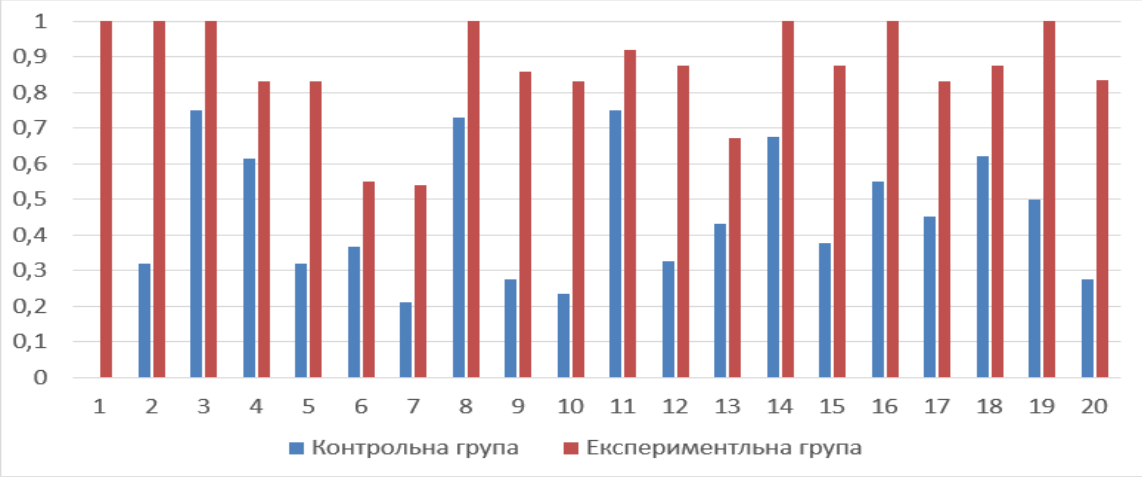

Рис. 4. Результати тестування в розрізі запитань тесту

Багатокритеріальна оцінка рівня критичного мислення проведена методами теорії нечітких множин [24] і відображена за допомогою термів лінгвістичної змінної «Критичне мислення» (Рис. 5).

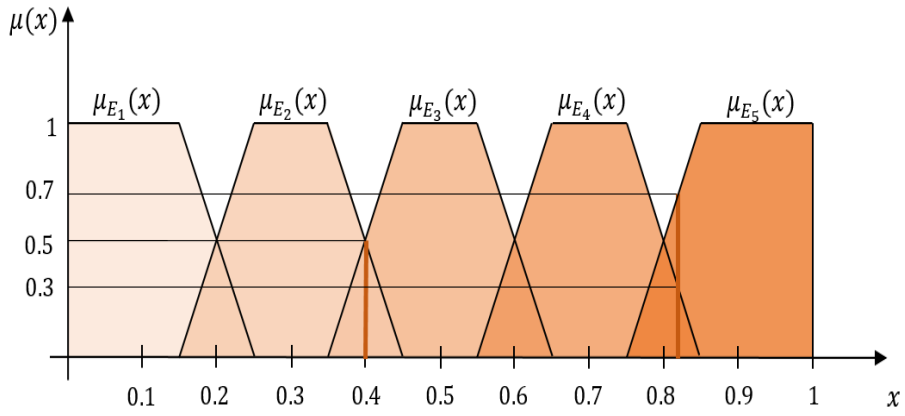

Рис. 5. Терми лінгвістичної змінної «Критичне мислення»

Ми визначили п'ять рівнів (так званих термів) критичного мислення: E_1 – початковий, E_2 – низький, E_3 – середній, E_4 – достатній, E_5 – високий. Терми задамо у вигляді трапецієвидних функцій належності четвірками чисел $\langle a;b;c;d\rangle$. З урахуванням вербально-числової шкали Харрингтона візьмемо для нашої задачі: $E_1=\langle 0;0;0{,}15;0{,}25\rangle$; $E_2=\langle 0{,}15;0{,}25;0{,}35;0{,}45\rangle$; $E_3=\langle 0{,}35;0{,}45;0{,}55;0{,}65\rangle$; $E_4=\langle 0{,}55;0{,}65;0{,}75;0{,}85\rangle$; $E_5=\langle 0{,}75;0{,}85;1;1\rangle$.

Підрахунок коефіцієнтів сформованості критичного мислення показав, що для контрольної групи він становить 0,40 і є низьким та середнім (належить термам E_2 та E_3), для експериментальної групи – 0,82, що вдвічі вищий і відповідає більш ніж достатньому рівню (належить термам E_4 та E_5), Отже, рівень критичного мислення в студентів експериментальної групи можна характеризувати, наприклад, як «більш ніж достатній».

Таким чином, результати педагогічного експерименту підтверджують нашу

гіпотезу про те, що комп'ютерна підтримка процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії є доцільною й ефективною.

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1. Аналіз наукової літератури дозволив установити, що досліджувана актуальна проблема залишається теоретично й методично недостатньо розробленою. Найчастіше науковці й педагоги-практики серед найважливіших компетентостей, актуальних у роботі сучасного вчителя математики, називають критичне мислення. Доведено, що саме геометрія має невичерпні можливості для формування критичного мислення студентів. Це дозволило обґрунтувати та змістовно розробити відповідну педагогічну технологію формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії.

2. Обґрунтовано доцільність комп'ютерної підтримки процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики. Розкрито можливості інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема систем динамічної геометрії та хмарних сервісів, що допомагають зробити більш ефективним процес формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії: візуалізація геометричних об'єктів, понять, зв'язків (зокрема й виражених аналітичними конструкціями), тверджень, доведень; динамічні креслення; комп'ютерний експеримент для дослідження (висунення та перевірка гіпотез); контроль аналітичних перетворень; швидке і якісне виконання необхідних зображень, що економить час; генерація інтерактивних завдань; забезпечення комунікації на будь-якому етапі діяльності (пошуку ідеї та шляхів розв'язання проблеми / задачі, обговорення проміжних та кінцевого результатів, виконання спільних дослідницьких проектів, підготовка доповідей і презентацій тощо). Установлено, що комп'ютерна підтримка розробленої технології забезпечується СКМ GeoGebra, що має всі зазначені вище можливості, та хмарними сервісами. Виявлено переваги використання систем динамічної геометрії та хмарних сервісів на різних етапах реалізації технології формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії.

3. Аналіз результатів упровадження розробленої технології на основі теорії нечітких множин підтвердив доцільність комп'ютерної підтримки процесу формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії; зокрема коефіцієнт сформованості критичного мислення у студентів експериментальної групи (0,82) вдвічі перевищує відповідний показник студентів контрольної групи (0,40).

Розглянуті в роботі положення не вичерпують усіх аспектів досліджуваної проблеми. Вивчення можливостей інших математичних дисциплін для формування критичного мислення студентів, а також комп'ютерна підтримка зазначеного процесу через розроблення масових відкритих онлайн-курсів МООС стане предметом наших подальших наукових пошуків.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Верховна Рада України. (2017, Верес. 05). *Закон України «Про освіту»*. [Електронний ресурс]. Доступно: *http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/2145-19.*

[2] Б. Триллінг, та Ч. Фейдл, *Навички XXI століття. Навчання для життя у наш час*: перекл. з англ. С. Христофорової. [Електронний ресурс]. Доступно: *http://edu.rucamp.org 'posts/14425029.*

[3] Gu. Jiangyue, R. Brian, Preparing students with 21st century skills: integrating scientific knowledge, skills and epistemic beliefs in middle school science curricula, *Emerging technologies for STEAM education.* [Електронний ресурс]. Доступно: *https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-02573-5_3, DOI: 10.1007/978-3-319-02573-5_3.*

[4] Paul Richard W., *Critical Thinking: What Every Person Needs to Survive in a Rapidly Changing World*. Rohnert Park, CA: Center for Critical Thinking and Moral Critique, Sonoma State Univ., 1990.
[5] П. Александров, "Математика и человеческая культура", *Квант*, №8, с. 2-4, 1982.
[6] С. Рукшин, *Ломоносовых больше не будет*. [Електронний ресурс]. Доступно: *https://www.gazeta.ru/social/2013/11/22/5764921.shtml.*
[7] R. B. Westbrook, *John Dewey and American Democracy*, New York: Cornell University Press, 1993.
[8] Міністерство освіти інауки України. *Проекти стандартів вищої освіти* [Електронний ресурс]. Доступно: https://mon.gov.ua /ua/osvita/visha-osvita/naukovo-metodichna-rada-ministerstva-osviti-i-nauki-ukrayini/proekti-standartiv-vishoyi-osviti.
[9] Jeromes S. Bruner, *The Process of Education*, London: Harvard University Press. Cambridge Massachusetts, 1960.
[10] A. Cimer, M. Timucin, "Content of an in-service training to develop and assess activities minding critical thinking". *World Conference on Learning, Teaching and Administration Papers*, no. 9, p. 5., 2010.
[11] D. F. Halpern, "Teaching critical thinking for transfer across domains – Dispositions, skills, structure training, and metacognitive monitoring". *American Psychologist*, no. 53, pp. 449-455, 1998.
[12] H. Lee, D. Parsons, G. Kwon, J. Kim, K. Petrova, E. Jeong, H. Ryu, "Cooperation begins: Encouraging critical thinking skills through cooperative reciprocity using a mobile learning game", *Computers & Education*, no. 97, pp. 97-115, 2010.
[13] М. М. Астаф'єва, В. В. Прошкін, та С. С. Радченко, "Педагогічна технологія формування в учнів навичок XXI століття в процесі розв'язання геометричних задач на побудову", *Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка : зб. наук. пр.; редкол.: Огнев'юк В. О., Хоружа Л.Л., Безпалько О. В., Бєлєнька Г. В. [та ін.] / Київ. ун-т ім. Б. Грінченка*, № 28, с. 34-43, 2017.
[14] В. В. Прошкін, М. М. Астаф'єва, С. С. Радченко, "Геометричні задачі на побудову як дієвий інструментарій формування навичок XXI століття", *Освітологічний дискурс,* № 3-4, с. 122-136, 2017.
[15] М. М. Астаф'єва, В. В. Прошкін, С. С. Радченко, "Формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії", Освітологічний дискурс, № 1-2, с. 100-115, 2018.
[16] О. В. Матвійчук, В. П. Сергієнко, та С. О. Подласов, "Реалізація міжпредметних зв'язків фізики та інформатики на основі вивчення комп'ютерного моделювання фізичних процесів", *Зб.наук.праць Кам'янець-Подільського державного університету. Серія Педагогічна: Інновації в навчанні фізики та дисциплін технологічної освітньої галузі: міжнародний та вітчизняний досвід, Кам'янець-Подільський: РВВ*, Вип. 14, с. 24-26, 2008.
[17] O. Grybyuk, "Mathematical modelling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry", *Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development*. Vienna: «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education, pp. 46-53, 2014.
[18] Шишкіна М.П., "Системи комп'ютерної математики у хмаро орієнтованому освітньому середовищі навчального закладу", *Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, II(14),* Issue: 27, pp. 75-78., 2014.
[19] Триус Ю. В., "Використання WEB-СКМ у навчанні методів оптимізації та дослідженя операцій студентів математичних та комп'ютерних спеціальностей", Інноваційні комп'ютерні технології у вищій школі : матеріали 4-ої наук.-прокт. Конференції, Національний університет «Львівська політехніка». – Львів : В-во Львівська політехніка, С. 110–115, 2012.
[20] Олійник Т.О., "Використання ІКТ для розвитку критичного мислення", Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання, Збірник 8 [Електронний ресурс]. Доступно: http://www.ii.npu.edu.ua/zbirnyk-kosn/74-zbirnyk-8?start=0.
[21] D. M. Bodnenko, "Cloud oriented technjlogies as a factor of recearch-baser training," *Information Technologies and Learning Tools*, vol. 48, no. 4, pp. 122-139, 2015.
[22] В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, и Е. Н. Шиянов, *Педагогика : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб.* заведений, М.: Издательский центр «Академия», 576 с., 2004.
[23] Діагностичний тест "Критичне мислення" [Електронний ресурс]. Доступно: http://e-learning.kubg.edu.ua/dn/mod/quiz/view.php?id=29794.
[24] Dmitry Bodnenko, Leonid Vasylevych, and Olena Vasylevych, "Methods of estimating competence as a system of fuzzy statements", *ICT in Education, Research and Industrial Applications: Integration, Harmonization and Knowledge Transfer*, pp. 9-17, 2017.

Матеріал надійшов до редакції 02.07.2018 р.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ СРЕДСТВ ГЕОМЕТРИИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Астафьева Мария Николаевна
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных наук и математики
Киевский университет имени Бориса Гринченко, г. Киев, Украина
ORCID ID 0000-0002-2198-4614
m.astafieva@kubg.edu.ua

Бодненко Дмитрий Николаевич
кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных наук и математики
Киевский университет имени Бориса Гринченко, г. Киев, Украина
ORCID ID 0000-0001-9303-6587
d.bodnenko@kubg.edu.ua

Прошкин Владимир Вадимович
доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры компьютерных наук и математики
Киевский университет имени Бориса Гринченко, г. Киев, Украина
ORCID ID 0000-0002-9785-0612
v.proshkin@kubg.edu.ua

Аннотация. В статье доказано, что критическое мышление выступает одной из важнейших и универсальных компетентностей современного учителя математики. Установлено, что наибольшие возможности для этого имеют геометрические дисциплины, в частности конструктивная и проективная геометрии. Разработана педагогическая технология формирования критического мышления будущих учителей математики средствами геометрии, которая состоит из целевого, содержательно-процессуального и контрольно-оценочного компонентов. Важнейшим элементом технологии на всех этапах ее реализации, в частности на содержательно-деятельностном и оценочно-рефлексивном, являются целенаправленная компьютерная поддержка, прежде всего, использование компьютерных инструментов математической деятельности и коммуникации.

Обоснована целесообразность компьютерной поддержки процесса формирования критического мышления будущих учителей математики. Раскрыты возможности информационно-коммуникационных технологий, в частности систем динамической геометрии и облачных сервисов, которые помогают сделать более эффективным процесс формирования критического мышления будущих учителей математики средствами геометрии: визуализация геометрических объектов, понятий, связей (в том числе и выраженных аналитическими конструкциями), утверждений, доказательств; динамические чертежи; компьютерный эксперимент для исследования (выдвижения и проверка гипотез), контроль аналитических преобразований; быстрое и качественное выполнение необходимых изображений экономит время; генерация интерактивных задач; обеспечение неограниченной коммуникации.

Осуществлен анализ результатов внедрения разработанной технологии с помощью математических методов, в частности на основе теории нечетких множеств. Выявлена целесообразность компьютерной поддержки процесса формирования критического мышления будущих учителей математики средствами геометрии.

Ключевые слова: информационно-коммуникационные технологии; критическое мышление; педагогическая технология, облачные сервисы, системы компьютерной математики.

USING COMPUTER ORIENTED GEOMETRY MEANS IN THE PROCESS OF CRITICAL THINKING FORMATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Mariia M. Astafieva
PhD of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
ORCID ID 0000-0002-2198-4614
m.astafieva@kubg.edu.ua

Dmytro M. Bodnenko
PhD of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-9303-6587
d.bodnenko@kubg.edu.ua

Volodymyr V. Proshkin
Doctor of Pedagogical sciences, Assistant Professor
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv, Ukraine
ORCID ID 0000-0002-9785-0612
v.proshkin@kubg.edu.ua

Abstract. The article proved that critical thinking is one of the most important and universal competences of a modern teacher of mathematics. It has been established that geometric disciplines, in particular constructive and projective geometries, have the greatest potential for this. The pedagogical technology of critical thinking formation of future teachers of mathematics by means of geometry has been developed. This technology consists of a target, content and legal, and control component.

It was found out that the essential element of the technology at all stages (substantive and procedural, control and evaluation etc.) is the purposeful computer support, first of all, the use of computer tools for mathematical activity and communication.

The possibilities of information and communication technologies have been disclosed. An expediency of computer support within the process formation of critical thinking of future teachers of mathematics has been proved. There are systems of dynamic geometry and cloud services, which help to make the process of critical thinking formation of future teachers of mathematics more effective by means of geometry. This is the visualization of geometric objects, concepts, connections (in particular, expressed by analytical constructs), statements, proofs; dynamic drawings; computer experiment for research (nomination and hypothesis testing); control of analytical transformations; fast and high-quality execution of necessary images that saves time; interactive tasks generation; providing unlimited communication.

The implementation analysis of the developed technology by means of mathematical methods, in particular, on the basis of the theory of fuzzy sets, has been carried out. The effectiveness of computer support of the formation of critical thinking of future mathematics teachers by means of geometry has been revealed.

Keywords: information and communication technologies; critical thinking; pedagogical technology; cloud services; systems of computer mathematics.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

[1]. The Verkhovna Rada of Ukraine. (2017, Sept. 05). Law of Ukraine "On Education". [online]. Available: http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/2145-19. (in Ukrainian).

[2]. B. Tryllinh, ta Ch. Feidl, Skills of the XXI Century. Learning to live in our time: transl. from English S. Khrystoforovoi. [online]. Available: http://edu.rucamp.org posts/14425029. (in Ukrainian).

[3]. Gu. Jiangyue, R. Brian, Preparing students with 21st century skills: integrating scientific knowledge, skills and epistemic beliefs in middle school science curricula, Emerging technologies for STEAM education. [online]. Available: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-02573-5_3, DOI: 10.1007/978-3-319-02573-5_3. (in English).

[4]. Paul Richard W., Critical Thinking: What Every Person Needs to Survive in a Rapidly Changing World. Rohnert Park, CA: Center for Critical Thinking and Moral Critique, Sonoma State Univ., 1990. (in English).

[5]. P. Aleksandrov, " "Mathematics and Human Culture,", Kvant, No 8, pp. 2-4, 1982. (in Russia).
[6]. S. Rukshyn, Lomonosovs will no longer be. [online]. Available: https://www.gazeta.ru/social/2013/11/22/5764921.shtml. (in Russian).
[7]. R. B. Westbrook, John Dewey and American Democracy, New York: Cornell University Press, 1993. (in English).
[8]. Ministry of Education and Science of Ukraine. Projects of Higher Education Standards [online]. Available: https://mon.gov.ua /ua/osvita/visha-osvita/naukovo-metodichna-rada-ministerstva-osviti-i-nauki-ukrayini/proekti-standartiv-vishoyi-osviti. (in Ukrainian).
[9]. Jeromes S. Bruner, The Process of Education, London: Harvard University Press. Cambridge Massachusetts, 1960. (in English).
[10]. A. Cimer, M. Timucin, "Content of an in-service training to develop and assess activities minding critical thinking". World Conference on Learning, Teaching and Administration Papers, No. 9, p. 5., 2010. (in English).
[11]. D. F. Halpern, "Teaching critical thinking for transfer across domains – Dispositions, skills, structure training, and metacognitive monitoring". American Psychologist, No. 53, pp. 449-455, 1998. (in English).
[12]. H. Lee, D. Parsons, G. Kwon, J. Kim, K. Petrova, E. Jeong, H. Ryu, "Cooperation begins: Encouraging critical thinking skills through cooperative reciprocity using a mobile learning game", Computers & Education, No. 97, pp. 97-115, 2010. (in English).
[13]. M. M. Astafieva, V. V. Proshkin, ta S. S. Radchenko, "Pedagogical technology of forming students in the skills of the XXI century in the process of solving geometric problems in construction", Pedagogical Education: Theory and Practice . Psychology. Pedagogy: a collection of scientific works; Editorial Board: Ohneviuk V. O., Khoruzha L.L., Bezpalko O. V., Bielienka H. V. [ta in.] / Borys Hryncheyko Kyiv University, No 28, pp. 34-43, 2017. (in Ukrainian).
[14]. V. V. Proshkin, M. M. Astafieva, S. S. Radchenko, "Geometric problems in construction as an effective tool for skills development in the 21st century", Educational discourse, No 3-4 (18-19), pp. 122-136, 2017. (in Ukrainian).
[15]. M. M. Astafieva, V. V. Proshkin, S. S. Radchenko, "Formation of critical thinking of future mathematics teachers by means of geometry", Educational discourse, No 1-2, pp. 100-115, 2018.
[16]. O.V. Matviichuk, V.P. Serhiienko, ta S.O. Podlasov, "Realization of interdisciplinary connections of physics and informatics on the basis of study of computer simulation of physical processes", Zb.nauc.prots Kamyanets -Podil State University. Pedagogical Series: Innovations in the study of physics and disciplines in the technological educational field: international and domestic experience, Kamyanets-Podilsky: RVV, No. 14, pp. 24-26, 2008. (in Ukrainian).
[17]. O. Grybyuk, "Mathematical modelling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry", Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development. Vienna: «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education, rr. 46-53, 2014. (in Ukrainian).
[18]. Shyshkina M.P., "Systems of Computer Mathematics in a Cloud-Focused Educational Environment of an Educational Institution", Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, II(14), Issue: 27, pp. 75-78., 2014. (in Ukrainian).
[19]. Tryus Yu. V. Using WEB-SCM in teaching methods of optimization and research of operations of students of mathematical and computer specialties", Innovative computer technologies in high school: materials of the 4th Scientific and Practical Conference, National University "Lviv Polytechnic". – Lviv : V-vo Lvivska politekhnika, pp. 110–115, 2012. (in Ukrainian).
[20]. Oliinyk T.O., "Using ICT for the development of critical thinking", Computer-oriented systems of learning,, No 8 [online]. Available: http://www.ii.npu.edu.ua/zbirnyk-kosn/74-zbirnyk-8?start=0.
[21]. D. M. Bodnenko, "Cloud oriented technjlogies as a factor of recearch-baser training," Information Technologies and Learning Tools, No. 48, No. 4, pp. 122-139, 2015. (in English).
[22]. V. A. Slastenyn, Y. F. Ysaev, y E. N. Shyianov, Pedagogics: study. manual for student higher ped studying institutes, Moscow: Publishing Center "Academy", 576 p., 2004. (in Russian).
[23]. Diagnostic test "Critical Thinking" [online]. Available: http://e-learning.kubg.edu.ua/dn/mod/quiz/view.php?id=29794. (in Ukrainian).
[24]. Dmitry Bodnenko, Leonid Vasylevych, and Olena Vasylevych, "Methods of estimating competence as a system of fuzzy statements", ICT in Education, Research and Industrial Applications: Integration, Harmonization and Knowledge Transfer, pp. 9-17, 2017. (in English).

This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.