© Н.Д.Парфьонова, 2012
ISSN 2076-8184. Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. №1 (27).
Режим доступу до журналу: http://www.journal.iitta.gov.ua

УДК 517.53:004.021:378.147.227:372.851

Парфьонова Наталія Дмитрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики фізичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, e-mail: parfyonova@univer.kharkov.ua

НОВІ ПІДХОДИ ДО ВИКОРИСТАННЯ ВІЛЬНО ПОШИРЮВАНОЇ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAXIMA У НАВЧАННІ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Анотація

У статті розглядаються нові підходи до використання вільно поширюваної системи комп'ютерної математики (СКМ) Maxima в дослідженні функцій комплексної змінної. Наведено приклади, у яких треба обережно використовувати відповіді, надані СКМ. Ці ж приклади дають змогу зрозуміти сутність означення аналітичної функції і його відмінність і взаємозв'язок з поняттям диференційовності в точці й похідною.

Пропонована структура заняття надає можливість кожному студентові виконати більшу кількість завдань з даної теми (приклади яких теж подано в статті) індивідуально, а також виконати перевірку отриманих результатів. Крім того, з'являється можливість залучити до роботи всіх студентів, навіть з дуже невисоким рівнем знань, що неможливе в цій темі за традиційного її викладанні цієї теми.

Ключові слова*:* вільно поширювані системи комп'ютерної математики, Maxima, системи комп'ютерної алгебри, комплексний аналіз, теорія функцій комплексної змінної, аналітичні функції.

Актуальність дослідження. Теорія функцій комплексної змінної (ТФКЗ) займає одне з головних місць у курсі математики вищої школи. ТФКЗ має багато практичних застосувань [1, 2]. Методами ТФКЗ розв'язують деякі задачі картографії, теорії пружності, гідро-, аеро- й електродинаміки. Функції комплексної змінної застосовуються для розв'язування задач квантової теорії, у вивченні руху небесних тіл і в багатьох інших галузях науки та техніки. Разом із практичними застосуваннями теорія аналітичних функцій використовується в розв'язуванні теоретичних проблем

математики, зокрема, у теорії чисел. За допомогою таких функцій обчислюють складні інтеграли, розв'язують диференціальні рівняння тощо.

Традиційно склалося так, що дослідники, які займаються проблемами професійно-орієнтованої постановки курсу математичного аналізу у вищій школі, приділяють увагу лише початковим розділам аналізу: функція, межа, похідна, інтеграл. Відомо небагато робіт про значення теорії аналітичних функцій для становлення математиків, учителів математики й інформатики та інших фахівців, мало досліджень, пов'язаних із застосуванням інформаційних комп'ютерних технологій (ІКТ) під час вивчення теорії функцій. ТФКЗ важлива особливо для шкільного вчителя через цілу низку причин. Головною з яких є те, що розуміння багатьох питань, пов'язаних із вивченням показникової і логарифмічної функцій, тригонометричних і обернених тригонометричних функцій вимагає чіткого уявлення про функції в комплексній області. Нарешті, ТФКЗ тісно пов'язана з геометричними перетвореннями площини, знання яких необхідне, як для вчителя математики, так і для інженера.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У викладанні ТФКЗ у нашій країні вже накопичений значний досвід у роботах таких учених, як Шабат Б. В., Лаврентьєв М. О., Маркушевіч О. І., Прівалов І. І., Балк М. Б., Віленкін Н. Я. та інші.

Разом з тим останнім часом з'явилася низка чинників, що свідчать про доцільність перегляду методичних основ навчання студентів ТФКЗ і математики в цілому. У зв'язку з погіршенням рівня знань випускників шкіл доцільно приділяти більше уваги формуванню у студентів не лише аналітичних, а й графічних уявлень про поняття і закономірності, що вивчаються. Це надзвичайно важко зробити за використання тільки традиційних засобів навчання, оскільки вони вимагають дуже великих витрат навчального часу.

Проблема застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій та інформаційного методичного забезпечення інтенсивно досліджується вітчизняними й зарубіжними науковцями і методистами. Зокрема, питання впровадження комп'ютерних освітніх технологій розглядали у своїх роботах М. Жалдак [3], В. Горох, С. Раков [4], С. Рибак [5], В. Клочко [6], Ю. Рамський, О. Співаковський [7], М. Львов [8, 9] та інші дослідники.

Постановка проблеми. Для ТФКЗ нові ІКТ представляють особливу цінність, оскільки:

- стала можливою систематична графічна інтерпретація понять ТФКЗ;
- ІКТ дозволяють збільшити обсяг відомостей, які пропонуються студентам у рамках одиниці часу;
- доступ до знань може здійснюватися з різних навчальних місць, навіть віддалених один від одного (дистанційне навчання);
- навчання починає носити активний характер у зв'язку з можливостями інтерактивного діалогу, з комп'ютерною візуалізацією об'єктів, що вивчаються;
- з'являється можливість індивідуалізації навчання.

Центральним поняттям базового курсу ТФКЗ є поняття аналітичної функції. Часто студенти не встигають усвідомити різницю між диференційовною на деякій множині функцією та аналітичною. Тому важливо використати всі можливості для різнобічного обговорення цих понять. У стандартних збірниках задач з комплексного аналізу є низка різноманітних вправ, яких треба зробити якомога більше. Це дуже складно, майже неможливо зробити самостійно в аудиторії під наглядом викладача. Брак аудиторного часу і потребу в самостійній роботі може компенсувати використання СКМ. Але треба бути дуже обережними, бо машини не вміють думати.

Метою даної статті є показати ті засоби СКМ Maxima, які можуть бути використані на заняттях з теорії функцій комплексної змінної, які формують у студентів прийоми навчально-пізнавальної діяльності і сприяють розвитку творчого мислення.

Виклад основного матеріалу. Тема диференціювання зустрічається в процесі вивчення математики не одного разу. Кожен ступінь математичної освіти містить продовження цієї теми на новому якісному рівні.

Вивчаючи її в шкільному курсі математики, ми знайомимося з визначенням похідної, правилами диференціювання і таблицею похідних основних елементарних функцій. Далі, у курсі математичного аналізу, ми зустрічаємося з диференціюванням функцій однієї, а потім і декількох дійсних змінних. І, нарешті, у курсі комплексного аналізу вивчається диференціювання функцій комплексної змінної, уводиться також поняття аналітичної (голоморфної) функції в точці і в області. Причому на цьому

етапі, оскільки далі в цьому курсі і прикладних питаннях зустрічатимуться саме такі функції, дуже важливо зрозуміти, що властивість функції бути такою, що диференціюється в точці не те ж саме, що аналітична в точці, навчитися знаходити область, у якій дана функція аналітична. Зробити це можливо, лише виконавши деяку кількість правильно підібраних завдань, які продемонстрували б усю різноманітність можливих варіантів відповіді. Розв'язати таку кількість зовні схожих завдань на звичайному практичному занятті з комплексного аналізу важко і недоцільно. У цьому випадку зручніше використовувати яку-небудь СКМ, залишивши частину завдань на самостійну роботу.

Про СКМ, такі як Maple, Maxima та інші, написано багато літератури [10–17] з докладним описом усіх можливостей. Але всі вони описані некритично. У невпевнених у власних математичних силах студентів може скластися помилкове враження, що всі курси математики можна відмінити і далі виконувати всі прикладні дослідження за допомогою СКМ.

Тому одному з найважливіших завдань викладачів – демонструвати студентам якомога більше прикладів, у яких необхідно осмислено використовувати відповідь, що дає СКМ.

Наведемо приклади таких завдань.

Спершу нагадаємо, що під час розв'язування задач можна поступати так: знайти частинні похідні функцій $u(x,y)=\mathrm{Re}(f(x+iy))$ і $v(x,y)=\mathrm{Im}(f(x+iy))$ по x і y (цим етапом швидко справиться СКМ), переконатися в їх неперервності в цікавій нам точці (переконуватися в неперервності краще самому, машині це важко!), а потім перевірити, чи виконуються в цій точці умови Коші-Рімана (і можна доручити СКМ). Але необхідно чітко розрізняти поняття диференційовної функції в заданій точці, і функції, аналітичній в цій точці. Диференційовність функції $f(z)$ у деякій точці z_0 означає, що $f(z)$ має в цій точці z_0 похідну, а аналітичність функції $f(z)$ у цій точці означає, що $f(z)$ має похідну не тільки в точці z_0, але і в кожній точці деякого околу точки z_0. Аналітичність функції в області означає диференційовність в кожній точці цієї області.

Приклад 1. *Знайти всі точки, у яких функція* $f(z)=\mathrm{Re}\, z$ *є диференційовною. Знайти похідну в цих точках. Знайти точки аналітичності даної функції.*

1) Розв'язок в СКМ Maple.

Якби ми виконали таку просту команду

```
>diff(Re(z),z);
```

результат був би таким:

$$1-\frac{\mathrm{Re}(z)}{z}+\frac{\mathrm{abs}(1,\ z)}{\mathrm{signum}(z)}$$

Спроба спростити отриманий вираз також не допомагає:

$$\frac{\mathrm{abs}(z)}{z\ \mathrm{signum}(z)}$$

Перш за все подивимося означення Maple-функції `signum` і `abs`:

`signum(x)` повертає "знак" дійсного або комплексного числа і визначається як `signum(x)= x/abs(x)`, для x не рівних 0.

`abs(x)` повертає абсолютну величину виразу *x*.

`abs(1, x)` – так у системі Maple позначена перша похідна від abs, вона рівна signum(x) для всіх ненульових дійсних чисел, і невизначена для інших чисел.

Отже, якщо розглядати $\mathrm{Re}\, z$ як комплекснозначну функцію комплексної змінної z, то вираз, виданий системою Maple, невизначений і беззмістовний, як і слід було чекати, оскільки дана функція ніде недиференційовна. У людини, яка не прочитала описи команд signum і abs може скластися враження, що вона диференційовна, хоча це не так.

Тепер наведемо докладний розв'язок цієї ж задачі. При чому спробуємо записати розв'язок у вигляді, який легко читається, для чого іноді застосуємо допоміжні змінні, різні види лапок.

```
> f:=z->Re(z): `f(z)`=f(z);  z := x+I*y: 'f(z)' = evalc(f(z));
```

$$f(z) = \mathrm{Re}(z)$$

$$f(z) = x$$

```
> u:=(x,y)->evalc(Re(f(z)): `u(x,y)`=u(x,y);
  v:=(x,y)->evalc(Im(f(z)): `v(x,y)`=v(x,y);
```

$$u(x,y) = x$$

$$v(x,y) = 0$$

```
> `u'`[x]:=diff(u(x,y),x);`u'`[y]:=diff(u(x,y),y);
  `v'`[x]:=diff(v(x,y),x);`v'`[y]:=diff(v(x,y),y);
```

$$u'_x = 1,\ u'_y = 0$$

$$v'_x = 0,\ v'_y = 0$$

```
> `Умови Коші-Рімана:`;
  '`u'`[x]=`v'`[y]';
```

```
  ``u``[y]=-`v``[x]';
```

Умови Коші - Рімана :

$$u'_x = v'_y$$

$$u'_y = -v'_x$$

```
> `Система Коші-Рімана:`;
  sys:={`u``[x]=`v``[y],`u``[y]=-`v``[x]}:sys;
```

Система Коші - Рімана :

$$\{0 = 0, 1 = 0\}$$

```
> `Розв'язок системи Коши-Римана:`;
   sol:={solve(simplify(sys),{x,y})}:sol;
```

Розв′язок системи Коші-Рімана:

$$\{\}$$

```
> z:='z':
  if sol={} then
 `Умови Коші-Рімана не виконані ні в одній точці комплексної площини`;
  else
      `Умови Коші-Рімана виконані на множині D1`=sol;
         ff:=`u``[x]+I*`v``[x]; print(`f'(z)`=ff);
         ff:=evalc((subs(y=-I/2*(z-conjugate(z)),
                    subs(x=1/2*(z+conjugate(z)),ff))));
      print(`f'(z)`=ff);
  end if;
```

Умови Коші-Рімана не виконані ні в одній точці комплексної площини

2) Далі наведемо розв'язок у СКМ Maxima.

```
  declare(z,complex)$ f(z):=realpart(z)$  'f(z)=f(z);
  z:x+%i*y$ u:realpart(f(z))$ v:imagpart(f(z))$
  "Re(f(z))"=u; "Im(f(z))"=v;
  s:[diff(u,x)=diff(v,y), diff(u,y)=-diff(v,x)]$
  "Система Коші-Рімана:"; s;
  solve(s,[x,y]);
```

$$f(z) = \text{realpart}(z)$$

$$\text{Re}(f(z)) = x$$

$$\text{Im}(f(z)) = 0$$

Система Коші – Рімана :

$$[0 = 0, 1 = 0]$$

$$[]$$

Зверніть увагу, який результат дає Maxima:

```
> declare(z,complex)$ f(z):=realpart(z)$ 'f(z)=f(z); diff(f(z),z);
```

$$f(z) = \text{realpart}(z)$$

$$\frac{d}{dz}\left(\text{realpart}(z)\right)$$

Навіть неуважна людина зрозуміє, що з похідною тут щось не гаразд.

Відповідь. $f(z) = \operatorname{Re} z$ не є диференційовною й аналітичною ні в одній точці площини.

Далі коротко наведемо приклади з різними варіантами відповідей: функція не має точок диференційовності; має одну таку точку; нескінченно багато таких точок, але не всю площину; множиною диференційовності є вся площина.

Приклад 2. *Знайти всі точки, у яких функція* $\frac{1}{z}$ *є диференційовною. Знайти похідну в цих точках. Знайти точки аналітичності даної функції.*

```
> declare(z,complex)$ f(z):=1/z$ 'f(z)=f(z);
```

$$f(z) = \frac{1}{z}$$

```
u(x,y):=realpart(f(x+%i*y))$ v(x,y):=imagpart(f(x+%i*y))$
"Re(f(z))"=u(x,y); "Im(f(z))"=v(x,y);
```

$$\operatorname{Re}(f(z)) = \frac{x}{y^2 + x^2}$$

$$\operatorname{Im}(f(z)) = -\frac{y}{y^2 + x^2}$$

```
"Умови Коші-Рімана:";
'diff('u(x,y),x)='diff('v(x,y),y);
'diff('u(x,y),y)=-'diff('v(x,y),x);
```

Умови Коші - Рімана :

$$\frac{d}{dx}u(x,y) = \frac{d}{dy}v(x,y)$$

$$\frac{d}{dy}u(x,y) = -\frac{d}{dx}v(x,y)$$

```
s:[diff(u(x,y),x)=diff(v(x,y),y),diff(u(x,y),y)=-diff(v(x,y),x)]$ s;
```

$$\left[\frac{1}{y^2 + x^2} - \frac{2x^2}{\left(y^2 + x^2\right)^2} = \frac{2y^2}{\left(y^2 + x^2\right)^2} - \frac{1}{y^2 + x^2},\quad -\frac{2xy}{\left(y^2 + x^2\right)^2} = -\frac{2xy}{\left(y^2 + x^2\right)^2}\right]$$

```
solve(s,[x,y]);
```

$$[[x = \%r1, y = \%r2]]$$

```
f1: diff(u(x,y),x)+%i*diff(v(x,y),x)$ "f'(z)"=gfactor(f1);
```

$$f'(z) = \frac{1}{(y - \%i\, x)^2}$$

```
f1:gfactor(subst((conjugate('z)+'z)/2,x,subst(('z-conjugate('z))/(2*%i),y,f1)))$
"f'(z)"=f1;
```

$$f'(z)=-\frac{1}{z^2}$$

Зверніть увагу, що і функція $f(z)=\frac{1}{z}$ і її похідна $f'(z)=-\frac{1}{z^2}$ не визначені в точці $z=0$. Дуже важливо, щоб викладач звернув на це увагу студентів.

Відповідь. $f(z)=\frac{1}{z}$ є диференційовною й аналітичною у всій комплексній площини, крім точки $z=0$.

Приклад 3. *Знайти всі точки, у яких функція* $f(z)=x^2+iy^2, z=x+iy,$ *є диференційовною. Знайти похідну в цих точках. Знайти точки аналітичності даної функції.*

```
declare(z,complex)$ f(z):=(realpart(z))^2+%i*imagpart(z)^2$ 'f('z)=f('z);
```

$$f(z)=\text{realpart}(z)^2+\%i\ \text{imagpart}(z)^2$$

```
u(x,y):=realpart(f(x+%i*y))$ v(x,y):=imagpart(f(x+%i*y))$
"Re(f(z))"=u(x,y); "Im(f(z))"=v(x,y);
```

$$\text{Re}(f(z))=x^2$$
$$\text{Im}(f(z))=y^2$$

```
"Умови Коші-Рімана:";
'diff('u(x,y),x)='diff('v(x,y),y);
'diff('u(x,y),y)=-'diff('v(x,y),x);
```

Умови Коші - Рімана :

$$\frac{d}{dx}u(x,y)=\frac{d}{dy}v(x,y)$$
$$\frac{d}{dy}u(x,y)=-\frac{d}{dx}v(x,y)$$

```
s:[diff(u(x,y),x)=diff(v(x,y),y),diff(u(x,y),y)=-diff(v(x,y),x)]$s;
```

$$[2x=2y, 0=0]$$

```
solve(s,[x,y]);
```

$$[[x=\%r1, y=\%r1]]$$

```
f1: diff(u(x,y),x)+%i*diff(v(x,y),x)$ "f'(z)"=gfactor(f1);
```

$$f'(z)=2x$$

```
f1:gfactor(subst((conjugate('z)+'z)/2,x,subst(('z-conjugate('z))/(2*%i),y,f1)))$
"f'(z)"=f1;
```

$$f'(z)=conjugate(z)+z$$

Відповідь. $f(z)=x^2+iy^2, z=x+iy,$ є диференційовною на прямій $y=x$ і не є аналітичною ні в одній точці площини.

Приклад 4. *Знайти всі точки комплексної площини, у яких функція* $f(z)=x^3-3xy^2-i(y^3-3yx^2),\ z=x+iy,$ *є диференційовною. Знайти похідну в цих точках. Знайти точки аналітичності даної функції.*

```
declare(z,complex)$ z: x+%i*y$ f(z):=x^3-3*x*y^2-%i*(y^3-3*x^2*y)$ 'f('z)=f('z);
```

$$f(z)=x^3-3xy^2-i(y^3-3yx^2)$$

```
u(x,y):=realpart(f(x+%i*y))$ v(x,y):=imagpart(f(x+%i*y))$
"Re(f(z))"=u(x,y); "Im(f(z))"=v(x,y);
```

$$\mathrm{Re}(f(z))=x^3-3xy^2$$

$$\mathrm{Im}(f(z))=3yx^2-y^3$$

```
"Умови Коші-Рімана:";
'diff('u(x,y),x)='diff('v(x,y),y);
'diff('u(x,y),y)=-'diff('v(x,y),x);
```

Умови Коші - Рімана :

$$\frac{d}{dx}u(x,y)=\frac{d}{dy}v(x,y)$$

$$\frac{d}{dy}u(x,y)=-\frac{d}{dx}v(x,y)$$

```
s:[diff(u(x,y),x)=diff(v(x,y),y),diff(u(x,y),y)=-diff(v(x,y),x)]$s;
```

$$[3x^2-3y^2=3x^2-3y^2,-6xy=-6xy]$$

```
solve(s,[x,y]);
```

$$[[x=\%r2,y=\%r1]]$$

```
f1: diff(u(x,y),x)+%i*diff(v(x,y),x)$ "f'(z)"=gfactor(f1);
```

$$f'(z)=-3(y-\%i\,x)^2$$

```
f1:gfactor(subst((conjugate('z)+'z)/2,x,subst(('z-conjugate('z))/(2*%i),y,f1)))$
"f'(z)"=f1;
```

$$f'(z)=3z^2$$

Зверніть увагу, що і функція $f(z)=x^3-3xy^2-i(y^3-3yx^2),\ z=x+iy,$ це ні що інше як z^3. Дуже важливо, щоб викладач звернув на це увагу студентів. Підказкою є остаточний вигляд похідної $f'(z)=3z^2$. Тут було б корисним пригадати і теорему про загальний вигляд первісної.

Відповідь. $f(z)=x^3-3xy^2-i(y^3-3yx^2),\ z=x+iy,$ є диференційовною й аналітичною у всій площини, похідна її $f'(z)=-3(y-\%i\,x)^2$.

Потім кожен отримує ***індивідуальні завдання***, наприклад такі.

Знайти всі точки комплексної площини, у яких функція $f(z)$ *є диференційовною. Знайти похідну в цих точках. Знайти точки аналітичності даної функції.*

1. $f(z)=e^z-\frac{5}{z}$, 2. $f(z)=\bar{z}\,\mathrm{Re}\,z$, 3. $f(z)=\mathrm{tg}\,y-i\,\mathrm{tg}\,x$.

Також у цю тему традиційно входять наступні 2 прості задачі.

4. Яка частина площини стискається (розтягується) при відображенні функцією $f(z)=\ln(iz)$. *Знайти коефіцієнт стискання (розтягу)* k *та кут повороту* θ *в точці* $z_0=2$.

5. Знайти аналітичну функцію $f(z)$ *за її відомою дійсною частиною* $u(x,y)=2\sin x\,\mathrm{ch}\,y$ *за умови* $f(0)=3i$.

Набір індивідуальних завдань на комп'ютерний клас з цієї та інших тем з теорії функцій комплексної змінної є в [10, с. 38].

Висновки. Пропонована структура заняття залишає викладачеві час на виконання кожним студентом більшої кількості індивідуальних завдань з даної теми, а також на перевірку результатів. Крім того, з'являється можливість включити в роботу всіх студентів, навіть з дуже невисоким рівнем знань, що неможливе в цій темі за традиційного її викладання. Результати впровадження комп'ютерної техніки в навчальний процес засвідчили, що студенти краще засвоюють матеріал і усвідомлюють взаємозв’язок між поняттями, що вивчаються. Також студенти набувають досвіду використання сучасних інформаційних технологій у майбутній професійній діяльності.

Список використаних джерел

1. *Лаврентьев М. А*. Методы теории функций комплексного переменного / Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. — М. : Наука, 1987. — 688 с.
2. Радыгин В. М. Применение функций комплексного переменного в задачах физики и техники : учеб. пособие для пед. Вузов / Радыгин В. М., Голубева О. В. — М. : Высш. школа, 1983. — 160 с.
3. *Жалдак М. І.* Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. пр. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 3–16.
4. *Раков С. А*. Компьютерные эксперименты в геометрии : учеб. пособие для учащихся по курсу геометрии / Раков С. А., Горох В. П. – Х. : РЦНИТ, 1996. – 175 с.

5. *Рибак С. М.* Використання інформаційних технологій навчання у підготовці вчителя фізики / С. М. Рибак, А. М. Сільвейстр // Наукові записки. Серія: Педагогіка і психологія : зб. наук. пр. / ред. кол. : М. І. Сметанський. — Вінниця : Діло, 2007. — Вип. 20. — С. 145–151.

6. *Клочко В. І.* Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі : навч.-метод. посіб. / В. І. Клочко. — Вінниця : ВДТУ, 1997. — 300 с.

7. *Співаковський О. В.* Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія / Співаковський О. В. – Херсон : Айлант, 2003. – 228 с.

8. *Львов М. С.* Концепція програмної системи підтримки математичної діяльності / Львов М. С. // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. пр. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 36–48.

9. *Львов М. С.* Використання методів комп'ютерної алгебри та технології символьних перетворень в педагогічних програмних системах. Нові технології навчання : наук.-метод. зб. / кол. авт. – К. : Наук.-метод. центр вищої освіти, 2004. – Спецвипуск. – С. 110–113.

10. *Клочко Т. В., Парфёнова Н. Д.* Решение задач комплексного анализа средствами Maple / Клочко Т. В., Парфёнова Н. Д.. – ХНУ, 2009. – 69 с.

(http://dspace.univer.kharkov.ua/handle/123456789/1390)

11. *Дьяконов В. П.* Maple 9 в математике, физике и образовании / Дьяконов В. П. – М. : СОЛОН-Пресс, 2004. – 688 с.

12. *Матросов А. В.* Maple 6 Решение задач высшей математики и механики / Матросов А. В. – Санкт-Петербург : БХВ-Санкт-Петербург, 2001. – 528 с.

13. *Сдвижков О. А.* Математика на компьютере: Maple 8 / Сдвижков О. А. – М. : СОЛОН-Пресс, 2003. – 176 с.

14. *Garvan F.* The Maple Book. – Chapman & Hall/Crc, 2002. – 463 p.

15. *Mathews J. H., Howell R. W.* Complex Analysis for Mathematics and Engineering – Jones and Bartlett Publishers , 2006. – 484 p.

16. *Стахин Н. А.* Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima / Стахин Н. А. — М. : МГУ, 2008. — 86 с.

17. *Ильина В. А.* Система аналитических вычислений Maxima для физиков-теоретиков / Ильина В. А., Силаев П. К.. — М. : МГУ, 2007. — 86 с.

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЙ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAXIMA ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Парфёнова Наталья Дмитриевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики физического факультета Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина, e-mail: parfyonova@univer.kharkov.ua

Аннотация

В статье рассматриваются новые подходы к использованию свободно распространяемой системы компьютерной математики (СКМ) Maxima при исследовании функций комплексной переменной. Приведены примеры, в которых нужно осторожно использовать ответы, выдаваемые СКМ. Эти же примеры дают возможность обстоятельно освоить сущность определения аналитической функции и его отличие и взаимосвязь с понятием дифференцируемости в точке и производной.

Предлагаемая структура занятия дает возможность каждому студенту выполнить большее количество задач из данной темы (примеры которых тоже приведены в статье) индивидуально, а также на проверку результатов. Кроме того, появляется возможность включить в работу всех студентов, даже с очень невысоким уровнем знаний, что невозможно в этой теме при традиционном ее преподавании.

Ключевые слова: свободно распространяемые системы компьютерной математики, Maxima, системы компьютерной алгебры, комплексный анализ, теория функций комплексной переменной, аналитические функции.

NEW WAYS OF THE USING OF THE FREEWARE SYSTEM OF COMPUTER MATHEMATICS MAXIMA FOR A STUDY OF FUNCTIONS OF A COMPLEX VARIABLE

Natalia D. Parfyonova, Ph. D. in physics and mathematics, Associate Professor of Higher Mathematics Department of V. N. Karazin Kharkiv National University, e-mail: parfyonova@univer.kharkov.ua

Resume

The article describes new ways of the using of the freeware system of computer mathematics (SCM) Maxima for a study of functions of a complex variable. Examples in which it is needed carefully to use the answers given out by SCM are resulted. The same examples enable thoroughly to master essence of definition of analytic function and its difference and interrelation with the concept of diffentiability in a point and derivative.

The offered structure of employment enables every student to execute the greater amount of tasks from this theme (the examples of which are also resulted in the article) individually, and also on verification of results. In addition, possibility to plug all students in work appears, even with the very low level of knowledges, that is impossible in this theme at its traditional teaching.

Keywords: freeware systems of computer algebra, Maxima, a computer algebra systems, complex analysis, functions theory, analytic functions.

Матеріал надійшов до редакції 17.02.2012 р.